

TYT – AYT GEOMETRİ

Üçgende Benzerlik ve Alan

Dergideki tüm konu formülleri, sırasıyla ve renkli şekillerle bir arada.
Ardından orta ve üst seviye öğrenciler için seçilmiş 10 soru, cevap
anahtarı ve çözümler.

- 1 Üçgende Benzerlik Formülleri (10 kart)
- 2 Üçgende Alan Formülleri (13 kart)
- 3 Seçme 10 Soru
- 4 Cevap Anahtarı ve Çözümler

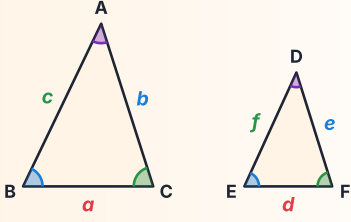
■ k / eşit kenar

■ eşleşen kenar

■ eşleşen kenar

■ paralellik

1 Benzerlik Tanımı



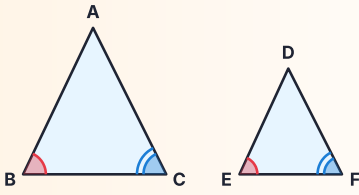
Açıları eşit, kenarları orantılı üçgenlere **benzer üçgenler** denir. Orana **benzerlik oranı (k)** denir.

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF \Rightarrow \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = k$$

$$m(\hat{A}) = m(\hat{D}), \quad m(\hat{B}) = m(\hat{E}), \quad m(\hat{C}) = m(\hat{F})$$

Eşkenar üçgenler, kareler, çemberler, aynı kenar sayılı düzgün çokgenler her zaman benzerdir.

2 Açı – Açı (A.A.) Benzerliği



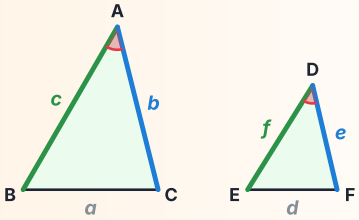
İki açısı eşit olan üçgenlerin üçüncü açıları da eşittir; üçgenler benzerdir.

$$m(\hat{B}) = m(\hat{E}) \text{ ve } m(\hat{C}) = m(\hat{F}) \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} = k$$

Eşit açılar aynı sırayla yazılır. İç içe üçgenlerde **ortak açıyı** ara; dik üçgenlerde 90°'ler eşit açıdır.

3 Kenar – Açı – Kenar (K.A.K.)

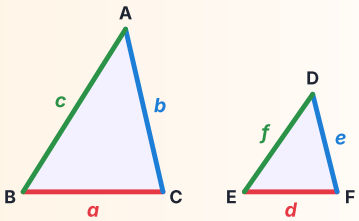


Birer açısı eşit ve bu açısı oluşturan kenarları orantılı ise üçgenler benzerdir.

$$m(\hat{A}) = m(\hat{D}) \text{ ve } \frac{b}{e} = \frac{c}{f} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

Üçüncü kenarların oranı (a/d) da k'ya eşittir.

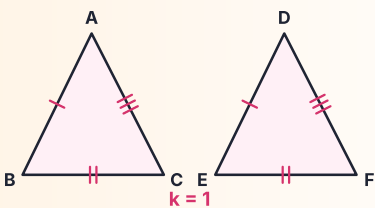
4 Kenar – Kenar – Kenar (K.K.K.)



Üç kenarı da orantılı olan üçgenler benzerdir.

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

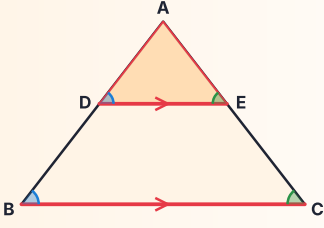
5 Eş Üçgenler



Benzerlik oranı **k = 1** olan benzer üçgenler **eş** üçgenlerdir.

$$k = 1 \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

6 Temel Benzerlik Teoremi

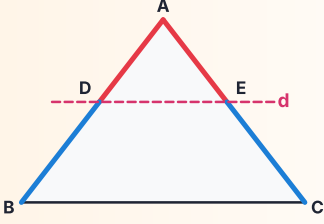


$$[DE] \parallel [BC] \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC$$

$$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|} = k$$

Dikkat: paydada küçük parça değil, **tüm kenar** ($|AB|$, $|AC|$) var.

7 Temel Orantı Teoremi

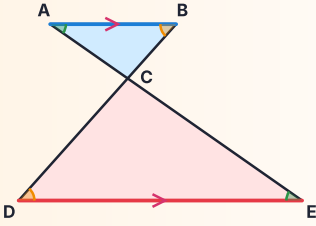


Bir kenara paralel doğru, diğer iki kenarı orantılı parçalara ayırır.

$$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|} \quad \text{ve} \quad \frac{|AD|}{|AE|} = \frac{|DB|}{|EC|}$$

Parça oranında DE/BC **yazılmaz**; $DE/BC = AD/AB$ 'dir.

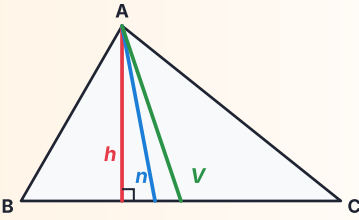
8 Kelebek Benzerliği



$$[AB] \parallel [DE], [AE] \cap [BD] = \{C\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle EDC$$

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|CE|} = \frac{|BC|}{|DC|} = k$$

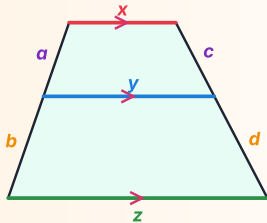
9 Yardımcı Elemanların Oranı



Benzer üçgenlerde karşılıklı **yükseklik**, **açıortay**, **kenarortay** ve **çevre** oranı da k'dır.

$$\frac{h_a}{h_d} = \frac{n_a}{n_d} = \frac{V_a}{V_d} = \frac{\text{Ç}(ABC)}{\text{Ç}(DEF)} = k$$

10 Thales Teoremi (Paralel Doğrular)

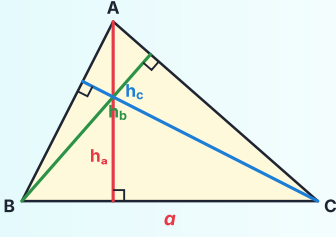


Paralel doğrular, kesenleri orantılı parçalara ayırır.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{y-x}{z-y}$$

Yamuk sorularında orta paraleli bulmak için çok kullanışlıdır.

1 Kenar & Yükseklik ile Alan

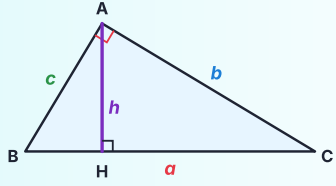


Alan, bir kenar ile o kenara ait yüksekliğin çarpımının yarısıdır.

$$A(ABC) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

Yükseklikler **diklik merkezinde** kesişir: dar açılıda içte, dik üçgende 90°'lik köşede, geniş açılıda dışarıda.

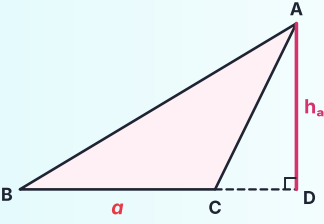
2 Dik Üçgenin Alanı



$$A(ABC) = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{b \cdot c}{2} \quad a \cdot h = b \cdot c$$

Dik kenarlar birbirinin yüksekliğidir.

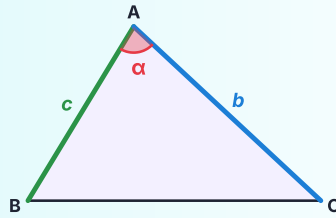
3 Geniş Açılı Üçgenin Alanı



Yükseklik ayağı üçgenin **dışına** düşer; formül aynıdır.

$$A(ABC) = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

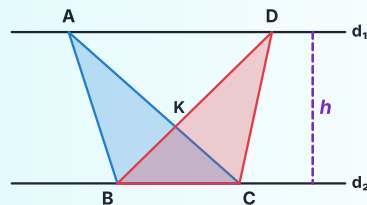
4 Sinüs Alan Formülü



$$A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad \alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \sin \beta$$

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 90^\circ = 1$, $\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$

5 Alan Taşıma

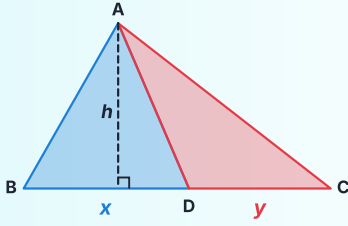


Taban ve yükseklikleri eşit üçgenlerin alanları eşittir.

$$d_1 \parallel d_2 \Rightarrow A(ABC) = A(DBC) = \frac{h \cdot |BC|}{2}$$

Ortak parça çıkarılınca: $A(ABK) = A(KDC)$

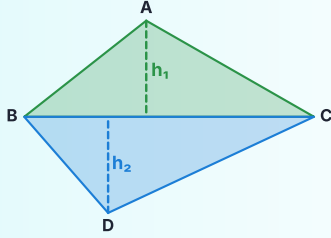
6 Yükseklikleri Eşit Üçgenler



Alanlar oranı = **tabanlar oranı**.

$$\frac{A(ABD)}{A(ADC)} = \frac{x}{y}$$

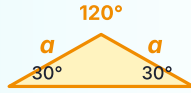
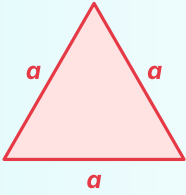
7 Tabanları Eşit Üçgenler



Alanlar oranı = **yükseklikler oranı**.

$$\frac{A(ABC)}{A(BDC)} = \frac{h_1}{h_2}$$

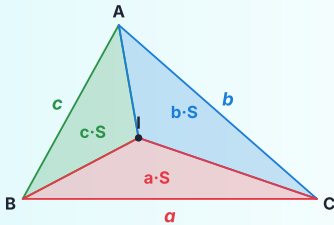
8 Eşkenar ve 30°-30°-120° Üçgeni



$$\text{Eşkenar: } A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \quad 30-30-120: A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

30-30-120'de a, eşit (yan) kenarlardır: $\frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 120^\circ$.

9 Açıortayların Alan Özelliği

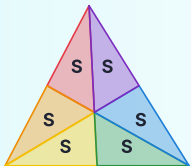


İç açıortaylar iç teğet çemberin merkezinde kesişir; oluşan üçgenlerin yükseklikleri (r) eşittir. Alanlar **kenarlarla orantılıdır**.

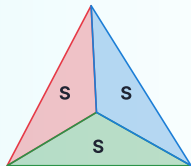
$$A(ABI) : A(AIC) : A(BIC) = c : b : a$$

$$A(ABC) = r \cdot u \quad (u: \text{yarı çevre})$$

10 Kenarortayların Alan Dağılımı



6 eş parça



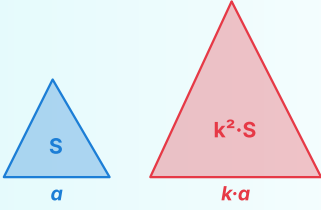
G: 3 eş parça

Üç kenarortay üçgeni **6 eş alana** böler; ağırlık merkezi (G) köşelere birleştirilince **3 eş alan** oluşur.

$$\text{Her parça} = \frac{A(ABC)}{6} \quad \cdot \quad A(GAB) = A(GBC) = A(GAC) = \frac{A(ABC)}{3}$$

Bir kenarortay da üçgeni iki eş alana böler. Orta tabanlar ise 4 eş üçgen oluşturur.

11 Benzerlik ve Alan İlişkisi

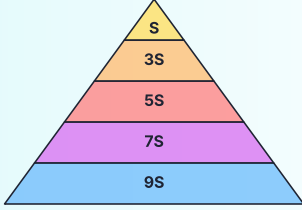


Benzer üçgenlerde alanlar oranı, benzerlik oranının **karesidir**.

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = k \Rightarrow \frac{A(ABC)}{A(DEF)} = k^2$$

ÖSYM'nin en sevdiği bağıntı! Çevreler oranı ise k'dır.

12 Eşit Aralıklı Paraleller

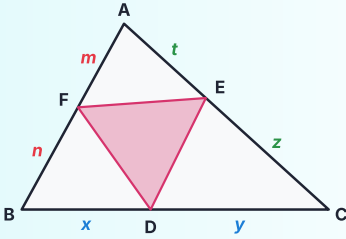


Kenarlar eşit aralıklarla tabana paralel doğrularla bölünürse alanlar **tek sayılarla** orantılı artar:

$$S : 3S : 5S : 7S : 9S : \dots$$

Paralellerin uzunlukları ise eşit miktarda artar.

13 Kenarlar Üzerinde Seçilen Üçgen



D, E, F kenarlar üzerinde iken ($|AF| = m$, $|FB| = n$, $|BD| = x$, $|DC| = y$, $|AE| = t$, $|EC| = z$):

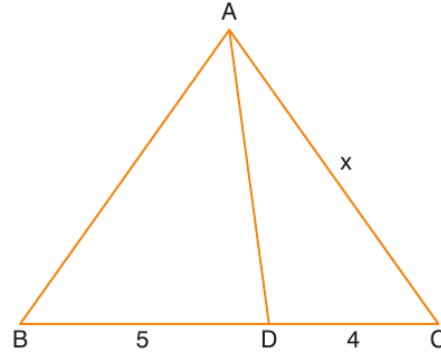
$$\frac{A(DEF)}{A(ABC)} = \frac{x \cdot z \cdot m + y \cdot t \cdot n}{a \cdot b \cdot c}$$

1

Benzerlik

Orta

Dergi Bitirme Testi 1 · S5



ABC bir üçgen

$$m(\widehat{ADB}) + m(\widehat{BAC}) = 180^\circ$$

$$|BD| = 5 \text{ cm}, |DC| = 4 \text{ cm}$$

Buna göre, $|AC| = x$ kaç cm'dir?

A) 6

B) 8

C) 9

D) 10

E) 12

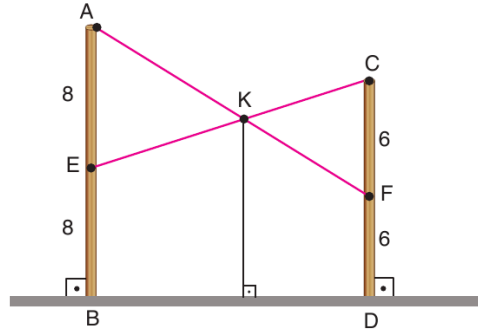
Çözüm alanı

2

Benzerlik

Orta

Güçlendirme Testi 1 (Benzerlik) · S1



Yere dik $[AB]$ ve $[CD]$ direkleri arasına $[EC]$ ve $[AF]$ halatları gergin bir şekilde bağlanıyor.

$$|AE| = |EB| = 8 \text{ br}, |CF| = |FD| = 6 \text{ br}$$

$$[AF] \cap [EC] = \{K\}$$

Buna göre, K noktasının yere uzaklığı kaç br'dir?

A) 10

B) $\frac{72}{7}$ C) $\frac{75}{7}$ D) $\frac{80}{7}$

E) 12

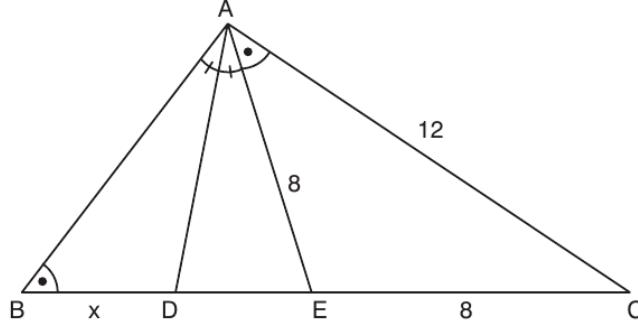
Çözüm alanı

3

Benzerlik

Orta - Üst

Dergi Bitirme Testi 3 · S4



ABC üçgen

$$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAE}), m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{EAC})$$

$$|AE| = |EC| = 8 \text{ br}, |AC| = 12 \text{ br}$$

Buna göre, $|BD| = x$ kaç br'dir?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

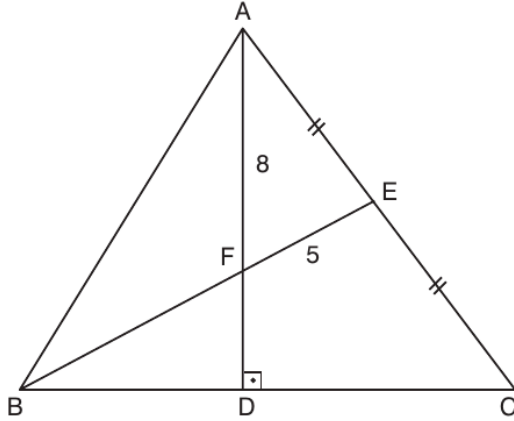
Çözüm alanı

4

Benzerlik

Üst

Dergi Bitirme Testi 5 · S4



ABC üçgen

[BE] kenarortay

$$[AD] \perp [BC]$$

$$[AD] \cap [BE] = \{F\}$$

$$|AD| = |BE|$$

$$|FE| = 5 \text{ cm}$$

$$|AF| = 8 \text{ cm}$$

olduğuna göre, $|AC|$ kaç cm'dir?

A) 10

B) 12

C) $8\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{5}$

E) 14

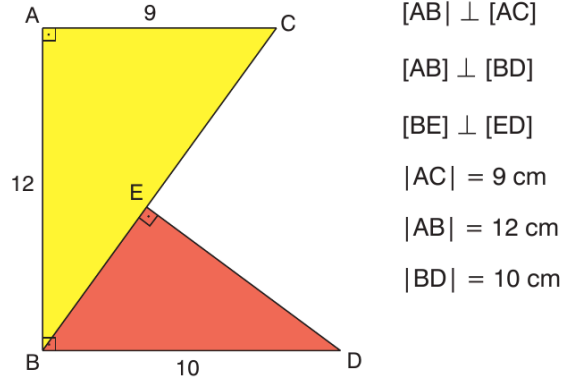
Çözüm alanı

5

Benzerlik

Üst

Güçlendirme Testi 1 (Benzerlik) · S7



Şekildeki ABC dik üçgeni [BC] kenarı boyunca katlanıyor. Katlama sonucunda A noktası F noktası üzerine gelerek CBF üçgenini oluşturuyor.

$[BF] \cap [DE] = \{G\}$ olduğuna göre, G noktasının [BD]'ye olan uzaklığı kaç cm'dir?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{9}{5}$ C) 2 D) $\frac{21}{10}$ E) $\frac{14}{5}$

Çözüm alanı

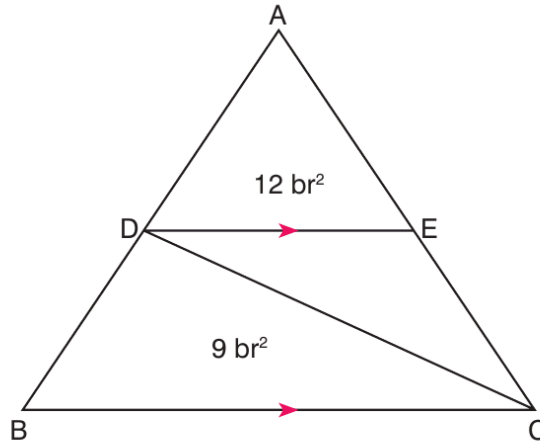
6

Alan

Orta – Üst

Dergi Bitirme Testi 4 · S1

ABC üçgeninde $[BC] \parallel [DE]$, $\text{Alan}(ADE) = 12$ birimkare ve $\text{Alan}(BCD) = 9$ birimkaredir.



Buna göre, $\text{Alan}(ABC)$ kaç birimkaredir?

- A) 22 B) 23 C) 25 D) 27 E) 29

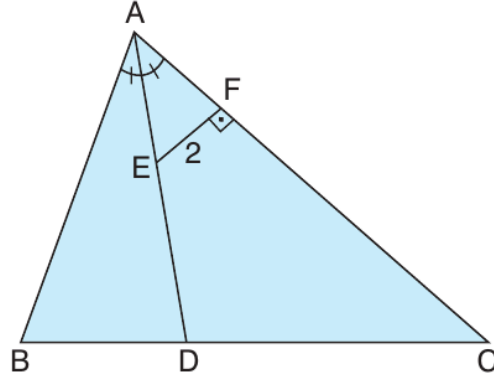
Çözüm alanı

7

Alan

Orta – Üst

Güçlendirme Testi 2 (Alan) · S6



Şekildeki ABC üçgeninde, $[AD]$ açıortay, $[EF] \perp [AC]$

$|AD| = 3|AE|$, $|EF| = 2$ br ve $|AB| + |AC| = 30$ br

Buna göre, $\text{Alan}(ABC)$ kaç br^2 dir?

A) 64

B) 80

C) 90

D) 100

E) 120

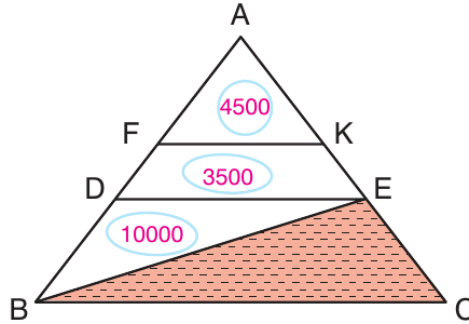
Çözüm alanı

8

Alan

Orta – Üst

Dergi Bitirme Testi 3 · S2



ABC üçgensel bölgesi biçimindeki bir arsa yukarıdaki şekilde verildiği gibi parsellere ayrılmıştır. Parsellerin alanları m^2 türünden üzerine yazılmıştır.

$[FK] \parallel [DE] \parallel [BC]$

Buna göre, BEC taralı parselin alanı kaç metrekaredir?

A) 18000

B) 20000

C) 20250

D) 22500

E) 23000

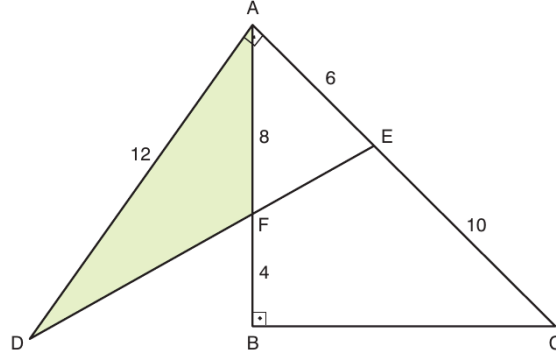
Çözüm alanı

9

Alan

Üst

Dergi Bitirme Testi 1 · S4



ABC ve DAE dik üçgen

$[AB] \perp [BC]$, $[AD] \perp [AC]$

$|FB| = 4$ cm, $|AF| = 8$ cm, $|AE| = 6$ cm, $|EC| = 10$ cm

$|AD| = 12$ cm

Buna göre, ADF üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

A) 18

B) 24

C) 32

D) 36

E) 40

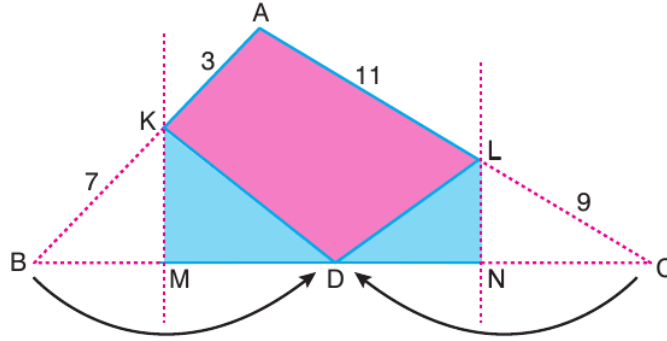
Çözüm alanı

10

Alan

Üst

Dergi Bitirme Testi 5 · S6



ABC üçgeninde B ve C köşeleri D noktasında çakışacak şekilde KM ve LN doğruları boyunca katlanmaktadır.

$|AK| = 3$ br, $|BK| = 7$ br, $|AL| = 11$ br ve $|LC| = 9$ br olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç br^2 dir?

A) 80

B) 90

C) 96

D) 100

E) 120

Çözüm alanı

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	E	E	D	D	C	D	D	D

Soru 1 · Benzerlik

A) 6

$m(\angle ADB) + m(\angle ADC) = 180^\circ$ olduğundan $m(\angle ADC) = m(\angle BAC)$. C açısı ortak $\rightarrow$ A.A.: $\triangle CAD \sim \triangle CBA$.

$$\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{|CD|}{|CA|} \Rightarrow x^2 = 4 \cdot 9 = 36 \Rightarrow x = 6$$

Soru 2 · Benzerlik

B) 72/7

B'yi orijin alalım; $|BD| = d$. EC doğrusu: $y = 8 + 4t$, AF doğrusu: $y = 16 - 10t$ ($t = \text{yatay uzaklık} / d$).

$$8 + 4t = 16 - 10t \Rightarrow t = \frac{4}{7} \Rightarrow y = 8 + \frac{16}{7} = \frac{72}{7} \text{ br}$$

Not: Cevap direkler arası uzaklıktan bağımsızdır.

Soru 3 · Benzerlik

E) 6

$m(\angle EAC) = m(\angle ABC)$, C ortak $\rightarrow \triangle CAE \sim \triangle CBA$.

$$\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{|CE|}{|CA|} \Rightarrow 144 = 8 \cdot |CB| \Rightarrow |CB| = 18 \text{ ve } \frac{|AE|}{|AB|} = \frac{12}{18} \Rightarrow |AB| = 12.$$

$$|BE| = 18 - 8 = 10. [AD], ABE üçgeninde açıortay: \frac{x}{10-x} = \frac{12}{8} \Rightarrow x = 6$$

Soru 4 · Benzerlik

E) 14

E'den [BC]'ye dikme EH çizelim: E, AC'nin orta noktası olduğundan $|EH| = |AD|/2 = |BE|/2 \Rightarrow m(\angle EBC) = 30^\circ$.

BDF dik üçgeninde $|FD| = |BF|/2$. $|AD| = |BE| \Rightarrow 8 + |BF|/2 = |BF| + 5 \Rightarrow |BF| = 6$, $|FD| = 3$, $|AD| = 11$.

$|BD| = 3\sqrt{3}$, $|BH| = 11 \cdot \cos 30^\circ = 11\sqrt{3}/2 \Rightarrow |DH| = 5\sqrt{3}/2 \Rightarrow |DC| = 5\sqrt{3}$.

$$|AC|^2 = 11^2 + (5\sqrt{3})^2 = 121 + 75 = 196 \Rightarrow |AC| = 14$$

Soru 5 · Benzerlik

D) 21/10

$|BC| = 15$. ABC'de $\sin(\angle ABC) = 9/15 = 3/5$, $\tan(\angle ABC) = 3/4$.

$m(\angle CBD) = 90^\circ - m(\angle ABC) \Rightarrow BED$ dik üçgeninde $|BE| = 10 \cdot \cos(\angle CBD) = 10 \cdot (3/5) = 6$, $|ED| = 8$.

Katlamada $m(\angle FBC) = m(\angle ABC) \Rightarrow BEG$ dik üçgeninde $|EG| = 6 \cdot \tan(\angle ABC) = 6 \cdot (3/4) = 4,5 \Rightarrow |GD| = 3,5$.

$$G'nin [BD]'ye uzaklığı = |GD| \cdot \sin(\angle EDB) = 3,5 \cdot \frac{6}{10} = \frac{21}{10} \text{ cm}$$

Soru 6 · Alan

D) 27

$|AD| = k \cdot |AB|$ ve $A(ABC) = S$ olsun. Benzerlik: $A(ADE) = k^2 S = 12$.

DBC ile ABC aynı yükseklikte: $A(BCD) = (1 - k)S = 9$.

$$\text{Oranlarsak } \frac{k^2}{1 - k} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3k^2 + 4k - 4 = 0 \Rightarrow k = \frac{2}{3} \Rightarrow S = \frac{9}{1/3} = 27$$

Soru 7 · Alan

C) 90

$|AD| = 3|AE| \Rightarrow D$ 'nin AC 'ye uzaklığı, E 'ninkinin 3 katı: $3 \cdot 2 = 6$ br.

D açıortay üzerinde $\Rightarrow D$ 'nin AB 'ye uzaklığı da 6 br.

$$A(ABC) = A(ABD) + A(ADC) = \frac{6 \cdot |AB|}{2} + \frac{6 \cdot |AC|}{2} = 3 \cdot 30 = 90 \text{ br}^2$$

Soru 8 · Alan

D) 22500

$A(ADE) = 4500 + 3500 = 8000$. ADE ile DBE , E 'den aynı yüksekliğe sahip:

$$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{8000}{10000} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{|AD|}{|AB|} = \frac{4}{9}.$$

$$A(ABC) = 8000 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^2 = 40500 \Rightarrow A(BEC) = 40500 - 8000 - 10000 = 22500 \text{ m}^2$$

Soru 9 · Alan

D) 36

$|AB| = 8 + 4 = 12$, $|AC| = 6 + 10 = 16$. ABC dik üçgeninde $\cos(BAC) = 12/16 = 3/4$.

$m(DAC) = 90^\circ \Rightarrow m(DAF) = 90^\circ - m(BAC) \Rightarrow \sin(DAF) = \cos(BAC) = 3/4$.

$$A(ADF) = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 \cdot \frac{3}{4} = 36 \text{ cm}^2 \text{ (sinüs alan formülü)}$$

Soru 10 · Alan

D) 100

Katlamada $|KD| = |KB| = 7$, $|LD| = |LC| = 9$ ve $m(KDM) = m(B)$, $m(LDN) = m(C) \Rightarrow m(KDL) = m(A)$.

KL^2 iki üçgende kosinüs teoremiyle: $3^2 + 11^2 - 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot \cos A = 7^2 + 9^2 - 2 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \cos A$

$$130 - 66\cos A = 130 - 126\cos A \Rightarrow \cos A = 0 \Rightarrow m(A) = 90^\circ.$$

$$|AB| = 10, |AC| = 20 \Rightarrow A(ABC) = \frac{10 \cdot 20}{2} = 100 \text{ br}^2$$