

TYT – AYT GEOMETRİ · DERGİ 1

Doğruda Açılar, Üçgende Açılar ve Dik Üçgen

Dergideki konu formülleri sırasıyla ve renkli şekillerle bir arada.
Ardından orta ve üst seviye öğrenciler için seçilmiş 10 soru, cevap
anahtarı ve çözümler.

- 1 Doğruda Açılar (7 kart)
- 2 Üçgende Açılar (8 kart)
- 3 Dik Üçgen (7 kart)
- 4 Seçme 10 Soru
- 5 Cevap Anahtarı ve Çözümler

■ aç / ana eleman

■ eşleşen eleman

■ eşleşen eleman

■ özel çizgi

1 Temel Kavramlar

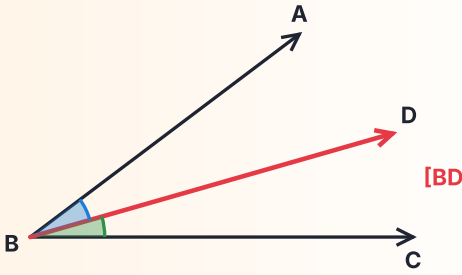
• A nokta



Doğru iki yönde sonsuzdur. **Doğru parçası** [AB] iki uç noktalıdır. **Işın** [AB bir noktadan başlar, tek yönde sonsuzdur.

Açı: [BA u [BC = ABC açısı $m(ABC) = m(\hat{B}) = \alpha$

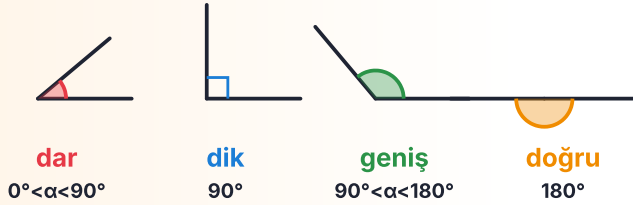
2 Açıortay



Bir açıyı iki eş parçaya bölen ışıdır.

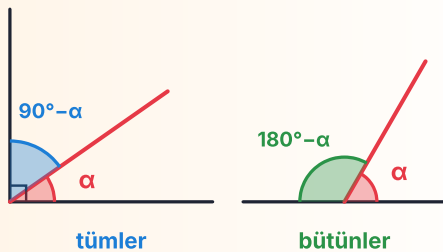
[BD açıortay $\Rightarrow m(ABD) = m(DBC)$

3 Açı Çeşitleri



Dar: $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ · **Dik:** 90° · **Geniş:** $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ · **Doğru:** 180° · **Tam:** 360°

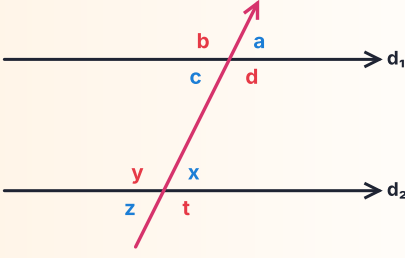
4 Tümler ve Bütünler Açılar



Toplamı $90^\circ \rightarrow$ **tümler** Toplamı $180^\circ \rightarrow$ **bütünler**

α 'nın tümleri = $90^\circ - \alpha$ bütünleri = $180^\circ - \alpha$

5 Paralel Doğrularda Açılar



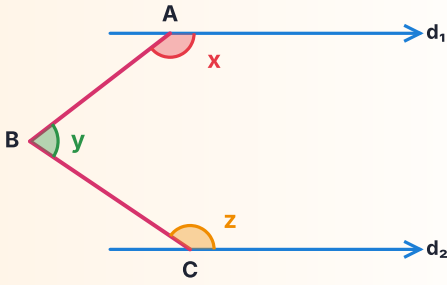
$d_1 \parallel d_2$ ve bir kesen ile oluşan açılar:

Ters: $a = c, b = d$ · **Yöndeş:** $a = x, b = y$ · **İç ters:** $c = x, d = y$ ·
Dış ters: $a = z, b = t$

Karşı durumlu: $c + y = 180^\circ, d + x = 180^\circ$

Kural için iki doğru **paralel** olmalı ve üçüncü bir doğru bunları kesmeli. Ters açılar için paralellik gerekmez.

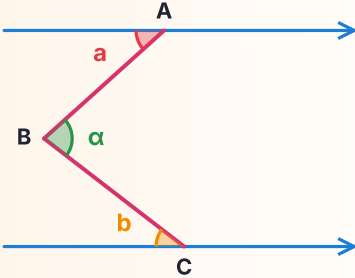
6 Kırık Çizgi: Aynı Yöne Bakan Açılar



$$x + y + z = 360^\circ$$

$$n \text{ açı için: } a_1 + a_2 + \dots + a_n = (n - 1) \cdot 180^\circ$$

7 Kırık Çizgi: Z ve Ok Kuralı

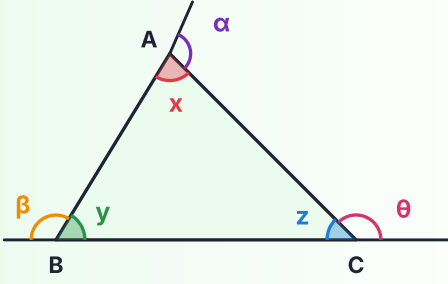


$$d_1 \parallel d_2 \Rightarrow \alpha = a + b$$

Zikzakta: $a + b + c = x + y$ (sağa bakanlar = sola bakanlar)

Kural uygulanmıyorsa paralelleri uzat veya köşelerden yeni paralel çiz.

1 İç ve Dış Açılar

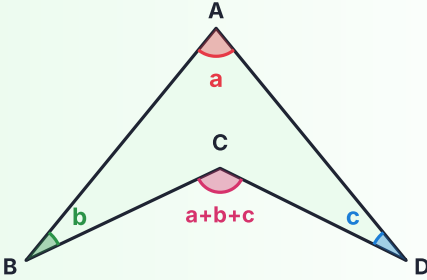


$$x + y + z = 180^\circ \quad \alpha + \beta + \theta = 360^\circ$$

Bir dış açı, kendisine komşu olmayan iki iç açının toplamıdır:

$$\alpha = y + z, \quad \beta = x + z, \quad \theta = x + y$$

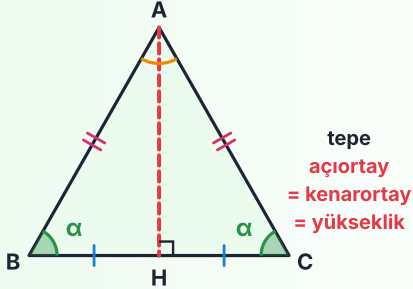
2 Ok (İç Bükey Dörtgen) Kuralı



$$m(\angle BCD) = a + b + c$$

"İki iç açının toplamı bir dış açıya eşit" bilgisini kullanmak çözümü hızlandırır.

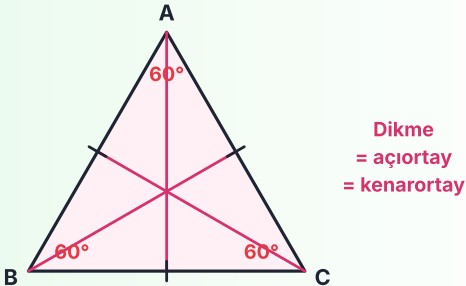
3 İkizkenar Üçgen ve Simetri Ekseni



$$|AB| = |AC| \Rightarrow m(\hat{B}) = m(\hat{C})$$

Tepeden çizilen yükseklik, aynı zamanda **açıortay** ve **kenarortaydır**.
Bu üç özellikten ikisi sağlanıyorsa üçgen ikizkenardır.

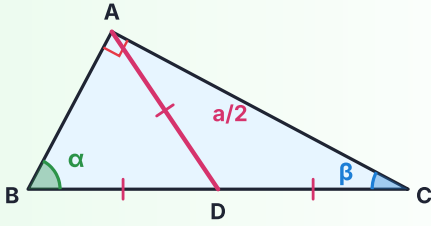
4 Eşkenar Üçgen



Tüm açılar **60°**, tüm kenarlar eşit

Köşelerden çizilen dikmeler hem açıortay hem kenarortaydır; 30°'lik açılar oluşur.

5 Dik Üçgen ve Muhteşem Üçlü

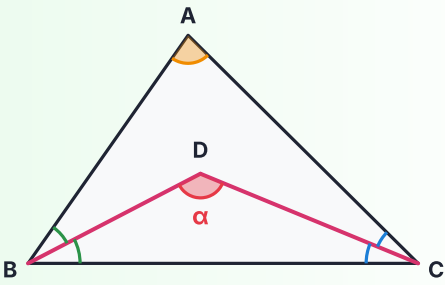


$$m(\hat{A}) = 90^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$

Hipotenüse ait kenarortay: $|AD| = |BD| = |DC| = \frac{|BC|}{2}$

Muhteşem üçlü üç ikizkenar üçgen doğurur: ABD ve ADC.

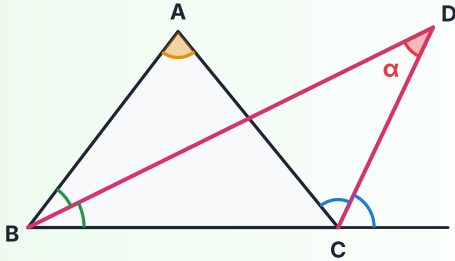
6 İki İç Açortay



İç açortaylar **iç teğet çemberin merkezinde** kesişir; bu nokta kenarlara eşit uzaklıktadır.

$$\alpha = 90^\circ + \frac{m(\hat{A})}{2}$$

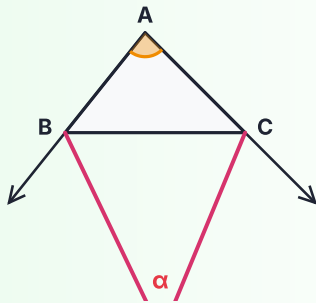
7 Bir İç ve Bir Dış Açortay



$$\alpha = \frac{m(\hat{A})}{2}$$

B'den iç, C'den dış açortay çizilir; kesişme açısı tepe açısının yarısıdır.

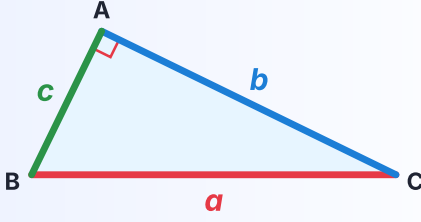
8 İki Dış Açortay



$$\alpha = 90^\circ - \frac{m(\hat{A})}{2}$$

D, **dış teğet çemberin merkezidir**; üçüncü köşeden geçen [AD] iç açortaydır.

1 Pisagor Bağıntısı

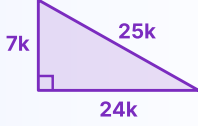
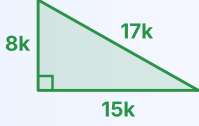
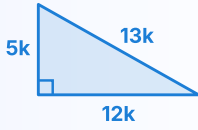
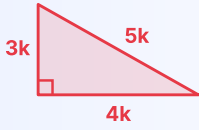


Dik kenarların karelerinin toplamı hipotenüsün karesine eşittir.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Yardımcı özdeşlik: $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

2 Kenarlarına Göre Özel Dik Üçgenler

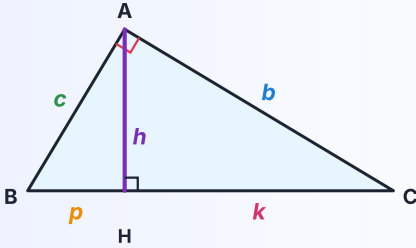


3-4-5 · 5-12-13 · 8-15-17 · 7-24-25 · 9-40-41

$k - 2k - k\sqrt{5} \cdot k - 3k - k\sqrt{10}$

Katları da geçerlidir: 6-8-10, 9-12-15, 10-24-26 ...

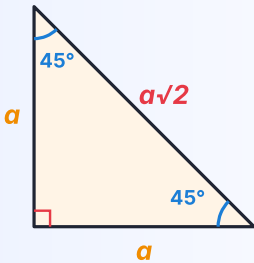
3 Öklid Bağıntıları



$[AB] \perp [AC]$ ve $[AH] \perp [BC]$ iken:

$$h^2 = p \cdot k \quad c^2 = p \cdot a \quad b^2 = k \cdot a \quad a \cdot h = b \cdot c$$

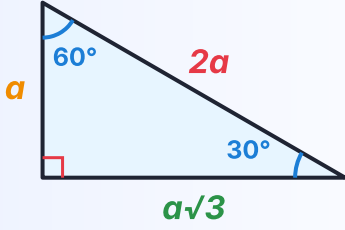
Ok yönüyle hatırla: kenarın karesi = kendi altındaki parça × hipotenüs.

4 $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ Üçgeni

$$a, a, a\sqrt{2}$$

Hipotenüs, 45° 'nin karşısındaki kenarın $\sqrt{2}$ katıdır.

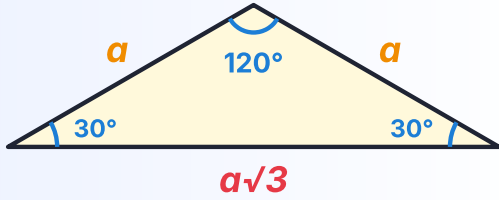
5 30° – 60° – 90° Üçgeni



a (30° karşısı), $a\sqrt{3}$ (60° karşısı), $2a$ (hipotenüs)

30°, 45° ya da 60° verildiyse diklik yoksa uygun yere dikme in.

6 30° – 30° – 120° İkizkenar Üçgeni

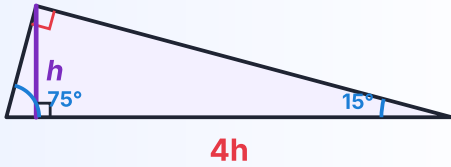


$a, a, a\sqrt{3}$

120°'nin karşısındaki kenar, 30°'nin karşısındakinin $\sqrt{3}$ katıdır.

120°, 135°, 150° açılarda kollardan birini uzatıp dışarıdan dikme in.

7 15° – 75° – 90° Üçgeni



Hipotenüs = $4 \cdot h$

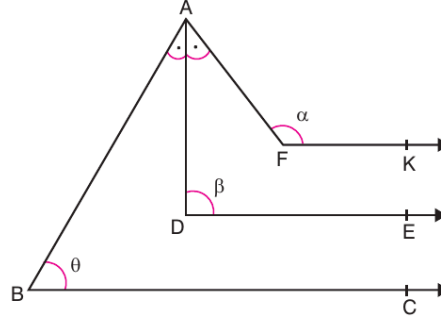
Hipotenüs, hipotenüse ait yüksekliğin 4 katıdır.

1

Doğruda Açılar

Orta

Güçlendirme Testi 1 (Doğruda Açılar) · S5



$$[FK \parallel [DE \parallel [BC, \quad m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAF})$$

$$m(\widehat{AFK}) = \alpha, \quad m(\widehat{ADE}) = \beta, \quad m(\widehat{ABC}) = \theta$$

$$\alpha + \theta = 156^\circ$$

Buna göre, β kaç derecedir?

A) 68

B) 72

C) 74

D) 76

E) 78

Çözüm alanı

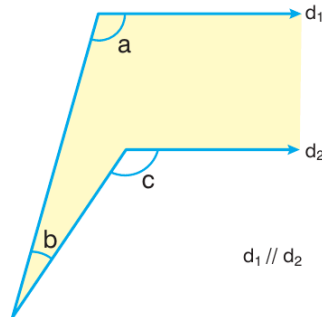
2

Doğruda Açılar

Orta

Güçlendirme Testi 1 (Doğruda Açılar) · S6

Firat Yazılım Şirketi, şirketlerinin baş harfinden yandaki gibi bir logo tasarlamıştır.



Logonun tasarımında verilen a , b ve c açıları arasında

$$2a + b = 250^\circ \text{ ve } a - b = c - 20^\circ \text{ bağıntıları bulunmaktadır.}$$

Buna göre, c ile gösterilen açı kaç derecedir?

A) 100

B) 110

C) 120

D) 130

E) 140

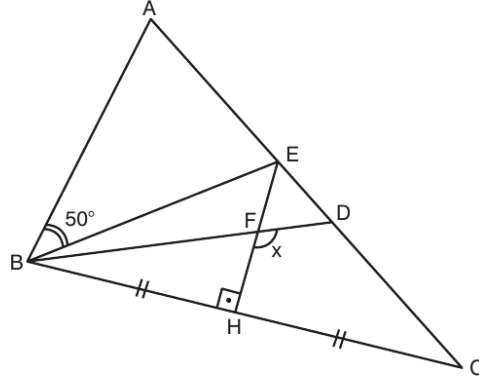
Çözüm alanı

3

Üçgende Açılar

Orta

Güçlendirme Testi 1 (Üçgende Açılar) · S1



Şekildeki ABC üçgeninde, $[EH] \perp [BC]$, $|AB| = |AD|$

$|BH| = |HC|$ ve $m(\widehat{ABE}) = 50^\circ$

Buna göre, $m(\widehat{HFD}) = x$ kaç derecedir?

A) 125

B) 120

C) 115

D) 110

E) 100

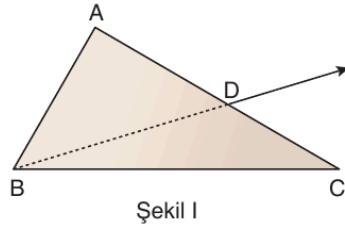
Çözüm alanı

4

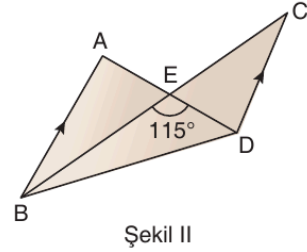
Üçgende Açılar

Orta - Üst

Güçlendirme Testi 1 (Üçgende Açılar) · S3



Şekil I



Şekil II

Şekil I'deki ABC üçgeni şeklindeki kâğıdın B açısının ölçüsü, C açısının ölçüsünden 40° fazladır. ABC üçgeni C köşesinden $[BD]$ boyunca katlandığında Şekil II'deki gibi $[AB] \parallel [C'D]$ ve $m(\widehat{BED}) = 115^\circ$ oluyor.

Buna göre, $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

A) 85

B) 90

C) 95

D) 100

E) 115

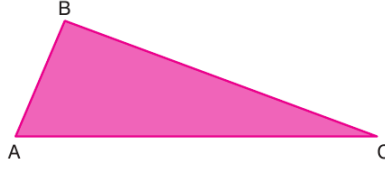
Çözüm alanı

5

Üçgende Açılar

Üst

Güçlendirme Testi 1 (Üçgende Açılar) · S5



Yukarıdaki üçgenle ilgili olarak aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

- A köşesi, B köşesinden geçen katlama ekseni boyunca katlandığında [AC] üzerindeki D noktasına geliyor ve katlanan kağıt açılıyor.
- Kağıt tekrar A köşesinden, [BD] doğrusu boyunca katlandığında A köşesi [BC] üzerine gelmektedir.
- $m(\hat{A}) = 3m(\hat{C})$ olarak veriliyor.

Buna göre, $\hat{A}$ açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 90 B) 67,5 C) 60 D) 52,5 E) 45

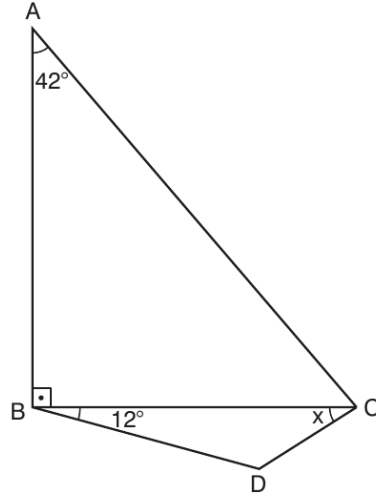
Çözüm alanı

6

Üçgende Açılar

Üst

Güçlendirme Testi 1 (Üçgende Açılar) · S6



ABC dik üçgen

$[AB] \perp [BC]$

$m(\hat{BAC}) = 42^\circ$

$m(\hat{CBD}) = 12^\circ$

$|AC| = 2|BD|$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\hat{BCD}) = x$ kaç derecedir?

- A) 18 B) 24 C) 30 D) 36 E) 42

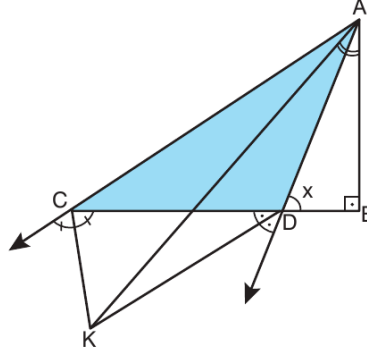
Çözüm alanı

7

Üçgende Açılar

Üst

Güçlendirme Testi 2 (Üçgende Açılar) · S6



Şekildeki ACD üçgeninde, [CK] ve [DK] dış açıortay

$[AB] \perp [BC]$

$m(\widehat{DAK}) = m(\widehat{BAD})$ ve $m(\widehat{DKC}) = 75^\circ$

Buna göre, $m(\widehat{ADB}) = x$ kaç derecedir?

A) 50

B) 70

C) 75

D) 80

E) 85

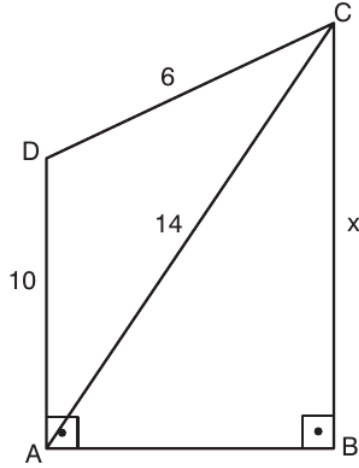
Çözüm alanı

8

Dik Üçgen

Orta

Güçlendirme Testi 1 (Dik Üçgen) · S3



$[AB] \perp [AD]$

$[AB] \perp [BC]$

$|AC| = 14$ br

$|AD| = 10$ br

$|DC| = 6$ br

Buna göre, $|BC| = x$ kaç br'dir?

A) 13

B) $4\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{37}$

D) 12

E) 11

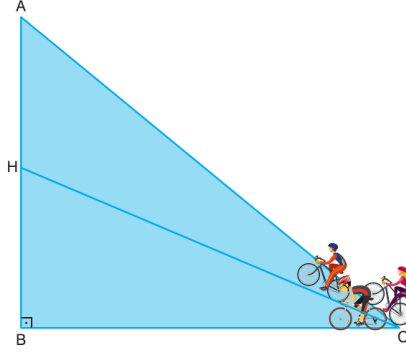
Çözüm alanı

9

Dik Üçgen

Orta - Üst

Güçlendirme Testi 2 (Dik Üçgen) · S1



ABC dik üçgeni şeklindeki arazinin C köşesinden aynı anda yola çıkan bisikletlilerden ikisi kenarlar üzerinden biri ise CH yolu üzerinden H noktasına varıyor.

H noktasına geliş süreleri 1 dakika olup hızları dakikada 19 m, 13 m ve 17 m'dir.

|BC| = 12 metre olduğuna göre |AH| kaç metredir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

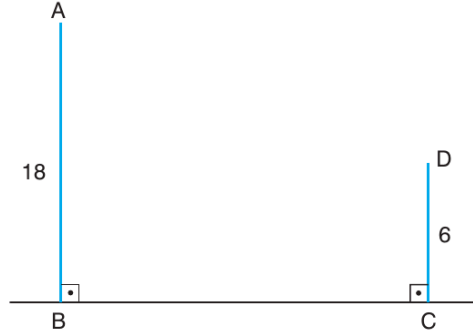
Çözüm alanı

10

Dik Üçgen

Üst

Güçlendirme Testi 1 (Dik Üçgen) · S6



$$[AB] \perp BC, [DC] \perp BC$$

$$|AB| = 18 \text{ br}, |DC| = 6 \text{ br}, |BC| = 16 \text{ br}$$

Yukarıdaki verilere göre, BC doğrusu üzerinde alınan bir K noktası için $||AK| - |KD||$ ifadesinin en büyük değeri kaç br'dir?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

Çözüm alanı

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E	D	C	B	B	C	C	A	D	C

Soru 1 · Doğruda Açılar**E) 78**

Üç ışın da sağa bakıyor. A'ya giden doğru parçalarının sağa bakan ışınla yaptığı açılar: B'de θ , D'de β , F'de α .
Paralellikten $m(\text{BAD}) = \beta - \theta$ ve $m(\text{DAF}) = \alpha - \beta$ olur.

$$m(\text{BAD}) = m(\text{DAF}) \Rightarrow \beta - \theta = \alpha - \beta \Rightarrow \beta = \frac{\alpha + \theta}{2} = \frac{156^\circ}{2} = 78^\circ$$

Soru 2 · Doğruda Açılar**D) 130**

$d_1 \parallel d_2$ ve kırık çizgi kuralı (açılar aynı yöne bakan paraleller arasında): $c = a + b$.

$$a - b = c - 20 = a + b - 20 \Rightarrow 2b = 20 \Rightarrow b = 10^\circ.$$

$$2a + b = 250 \Rightarrow a = 120^\circ \Rightarrow c = 120 + 10 = 130^\circ$$

Soru 3 · Üçgende Açılar**C) 115**

$|BH| = |HC|$ ve $EH \perp BC \Rightarrow EH$, BC'nin orta dikmesi $\Rightarrow |EB| = |EC| \Rightarrow m(\text{EBC}) = m(\text{C}) = c$.

$$m(\text{B}) = 50 + c, m(\text{A}) = 180 - (50 + c) - c = 130 - 2c.$$

$$|AB| = |AD| \Rightarrow m(\text{ABD}) = \frac{180 - m(\text{A})}{2} = 25 + c \Rightarrow m(\text{DBC}) = (50 + c) - (25 + c) = 25^\circ.$$

$$\text{BFH dik üçgeninde } m(\text{BFH}) = 90 - 25 = 65^\circ \Rightarrow x = 180 - 65 = 115^\circ$$

Soru 4 · Üçgende Açılar**B) 90**

Katlamada $m(\text{DBC}') = m(\text{DBC}) = \beta$ ve $m(\text{C}') = m(\text{C})$.

$AB \parallel C'D$ ve BC' kesen $\Rightarrow m(\text{ABE}) = m(\text{BC'D}) = m(\text{C})$ (iç ters).

$$m(\text{B}) = m(\text{C}) + 2\beta = m(\text{C}) + 40 \Rightarrow \beta = 20^\circ, m(\text{EBC}) = 40^\circ.$$

$$\text{EBC üçgeninde } m(\text{BEC}) = 180 - 40 - m(\text{C}) = 115 \Rightarrow m(\text{C}) = 25^\circ, m(\text{B}) = 65^\circ \Rightarrow m(\text{BAC}) = 90^\circ$$

Soru 5 · Üçgende Açılar**B) 67,5**

1. katlama: A, B'den geçen eksenle D'ye gidiyor $\Rightarrow |BA| = |BD|$.

2. katlama: BD boyunca A, [BC] üzerine düşüyor $\Rightarrow$ BD açıortay: $m(\text{ABD}) = m(\text{DBC}) = \beta$.

ABD ikizkenar: $m(\text{A}) = m(\text{ADB}) = \frac{180 - \beta}{2}$. ADB, DBC üçgeninin dış açısı: $m(\text{ADB}) = \beta + m(\text{C})$.

$$m(\text{A}) = 3m(\text{C}) \Rightarrow \beta + C = 3C \Rightarrow \beta = 2C \Rightarrow \frac{180 - 2C}{2} = 3C \Rightarrow C = 22,5^\circ \Rightarrow m(\text{A}) = 67,5^\circ$$

Soru 6 · Üçgende Açılar**C) 30**

$m(C) = 90 - 42 = 48^\circ$. $[AC]$ 'nin orta noktası M olsun: muhteşem üçlünden $|BM| = |MC| = |AC|/2 = |BD|$.

$m(MBC) = m(C) = 48^\circ \Rightarrow m(MBD) = 48 + 12 = 60^\circ$, $|BM| = |BD| \Rightarrow MBD$ eşkenar $\Rightarrow |MD| = |MC|$.

$m(BMC) = 180 - 2 \cdot 48 = 84^\circ \Rightarrow m(DMC) = 84 - 60 = 24^\circ \Rightarrow m(MCD) = (180 - 24)/2 = 78^\circ$.

$x = m(MCD) - m(MCB) = 78 - 48 = 30^\circ$

Soru 7 · Üçgende Açılar**C) 75**

CK ve DK dış açıortay $\Rightarrow K$, ACD üçgeninin dış teğet çemberinin merkezi; $[AK]$ iç açıortay.

İki dış açıortay kuralı: $m(CKD) = 90 - \frac{m(CAD)}{2} = 75 \Rightarrow m(CAD) = 30^\circ \Rightarrow m(DAK) = 15^\circ$.

$m(BAD) = m(DAK) = 15^\circ$. ABD dik üçgeninde $x = 90 - 15 = 75^\circ$

Soru 8 · Dik Üçgen**A) 13**

AD ve BC , AB 'ye dik $\Rightarrow$ paralel. $|AB| = h$ olsun.

ABC : $h^2 + x^2 = 14^2 = 196$. D 'den BC 'ye dikme: $h^2 + (x - 10)^2 = 6^2 = 36$.

Taraf tarafa çıkarırsak: $x^2 - (x - 10)^2 = 160 \Rightarrow 20x - 100 = 160 \Rightarrow x = 13$

Soru 9 · Dik Üçgen**D) 4**

Bir dakikada alınan yollar 19, 13 ve 17 m. $|CH| > |BC| = 12$ ve en kısa yol CH olmalı $\Rightarrow |CH| = 13$.

$|BH|^2 = 13^2 - 12^2 = 25 \Rightarrow |BH| = 5 \Rightarrow C \rightarrow B \rightarrow H$ yolu = $12 + 5 = 17$ ✓. Kalan $C \rightarrow A \rightarrow H$ yolu = 19.

$|AH| = t \Rightarrow |AC| = 19 - t$, $|AB| = 5 + t$. Pisagor: $(19 - t)^2 = 12^2 + (5 + t)^2$

$361 - 38t = 169 + 10t \Rightarrow 48t = 192 \Rightarrow |AH| = 4$ m

Soru 10 · Dik Üçgen**C) 20**

Üçgen eşitsizliği: $||AK| - |KD|| \leq |AD|$. Eşitlik, K noktası AD doğrusunun BC ile kesiştiği noktada olur.

A ve D 'den BC 'ye dikmeler 18 ve 6; D 'den AB 'ye dikme çizersek: dik kenarlar 16 ve $18 - 6 = 12$.

$|AD|^2 = 16^2 + 12^2 = 400 \Rightarrow$ en büyük değer $|AD| = 20$ br ($12-16-20 = 3-4-5$ 'in 4 katı)