

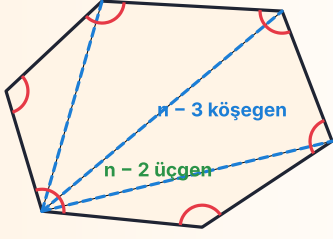
TYT – AYT GEOMETRİ · DERGİ 4

Çokgenler, Dörtgenler, Yamuk ve Paralelkenar

Dergideki konu formülleri sırasıyla ve renkli şekillerle bir arada.
Ardından orta ve üst seviye öğrenciler için seçilmiş 10 soru, cevap anahtarı ve çözümler.

- 1 Çokgenler (6 kart)
- 2 Dörtgenler (6 kart)
- 3 Yamuk (7 kart)
- 4 Paralelkenar (7 kart)
- 5 Seçme 10 Soru ve Çözümler

1 Çokgende Temel Bağlantılar

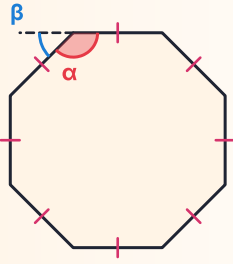


İç açılar toplamı = $(n - 2) \cdot 180^\circ$ Dış açılar toplamı = 360°

Köşegen sayısı = $\frac{n(n - 3)}{2}$ Bir köşeden: $n - 3$ köşegen, $n - 2$ üçgen

Dışbükey (konveks) çokgende her iç açı 180° 'den küçüktür.

2 Düzgün Çokgen



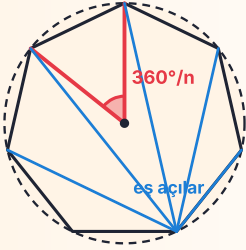
Tüm kenarları ve tüm iç açıları eşit olan çokgen.

dış açı $\beta = \frac{360^\circ}{n}$ iç açı $\alpha = \frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$

$\alpha + \beta = 180^\circ \cdot n = \frac{360^\circ}{\beta}$

Sorularda iç açı yerine dış açıyla çalışmak çoğu zaman daha hızlıdır.

3 Düzgün Çokgenin Çevrel Çemberi

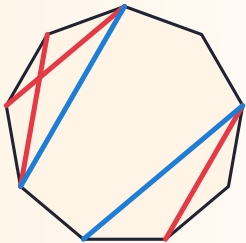


Bir kenarı gören merkez açı, dış açıya eşittir:

$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$

Bir köşeden çizilen köşegenler arasındaki açılar eşittir ve her biri **dış açının yarısıdır** (çevre açısı).

4 Eşit Kenar Ayıran Köşegenler

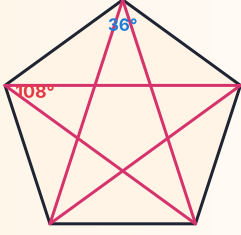


Düzgün çokgende **eşit sayıda kenar ayıran** köşegenlerin uzunlukları eşittir.

$|AC| = |BD| = \dots$ (2 kenar) $|AD| = |EH| = \dots$ (3 kenar)

Ortak kenarlı düzgün çokgen sorularında eşit kenarları işaretleyin; gizli ikizkenar ve eşkenar üçgenler çıkar.

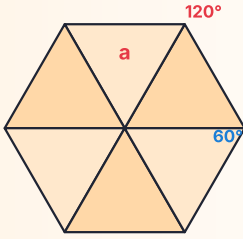
5 Düzgün Beşgen



İç açı **108°** Dış açı **72°**

Tüm köşegenleri eşittir; köşegenler 36°'lik açılar ve 36-72-72 ikizkenar üçgenler oluşturur. Bir köşeden karşı kenara dikme simetri eksenidir.

6 Düzgün Altıgen

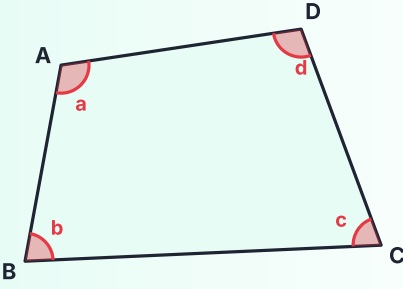


İç açı **120°** Dış açı **60°**

6 eş eşkenar üçgen $\Rightarrow$ Alan = $6 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ Köşegenler: **$a\sqrt{3}$** ve **$2a$**

Kısa köşegen altıgenin 1/6'sını, uzun köşegen yarısını ayırır: S, 3S, 2S dağılımları.

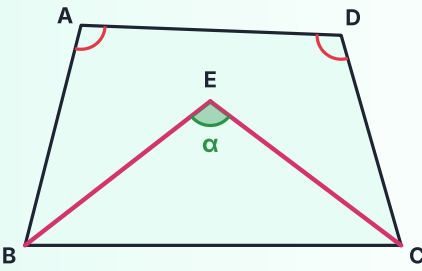
1 Dörtgende Açılar



$$a + b + c + d = 360^\circ \quad \text{dış açılar toplamı} = 360^\circ$$

Komşu iki iç açının toplamı, komşu olmayan iki dış açının toplamına eşittir.

2 Dörtgende Açıortaylar

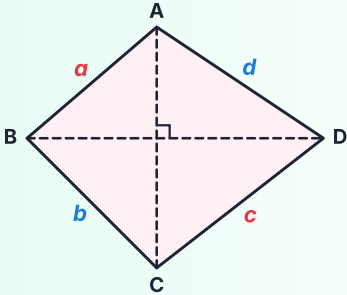


B ve C'nin iç açıortayları E'de kesişirse:

$$\alpha = \frac{m(\hat{A}) + m(\hat{D})}{2}$$

$$\text{Karşılıklı iki köşenin açıortayları arasındaki açı: } \beta = \frac{|m(\hat{A}) - m(\hat{C})|}{2}$$

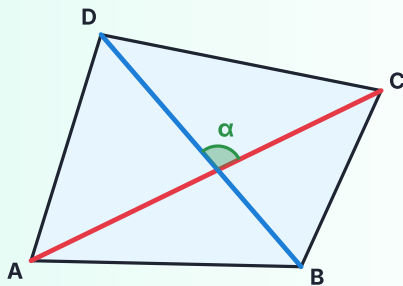
3 Köşegenleri Dik Dörtgen



$$[AC] \perp [BD] \Rightarrow a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

İç bükey dörtgende de köşegenler (uzantıları) dikse aynı bağıntı geçerlidir.

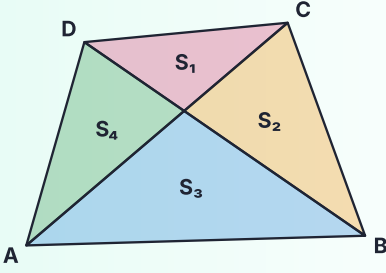
4 Dörtgenin Alanı



$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD| \cdot \sin \alpha$$

$$\text{Köşegenler dikse: } A = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2}$$

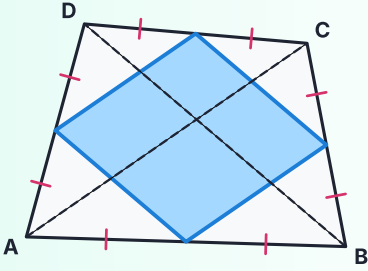
5 Köşegenlerin Ayırdığı Alanlar



$$S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$$

Bir köşegenin ayırdığı üçgenlerin alanları oranı, o köşegeni kesen parçaların oranıdır.

6 Kenar Orta Noktaları (Varignon)

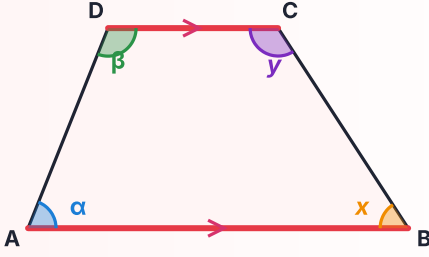


Kenarların orta noktaları birleştirilince **paralelkenar** oluşur.

$$\text{Kenarları } \frac{|AC|}{2} \text{ ve } \frac{|BD|}{2} \cdot \text{Çevre} = |AC| + |BD| \cdot \text{Alan} = \frac{A(ABCD)}{2}$$

Köşegenler eşitse eşkenar dörtgen, dikse dikdörtgen, ikisi birden ise kare olur.

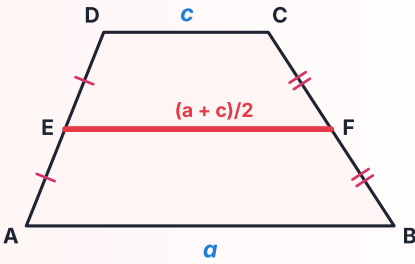
1 Yamuk



Yalnızca iki kenarı paralel dörtgen. Paralel kenarlar arasındaki komşu açılar bütünlerdir.

$$\alpha + \beta = 180^\circ \quad x + y = 180^\circ$$

2 Orta Taban

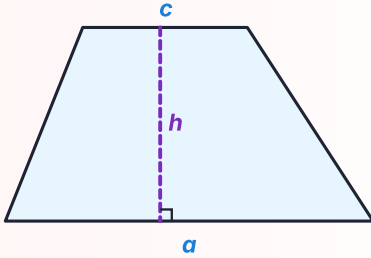


$$|EF| = \frac{a + c}{2} \quad [AB] \parallel [EF] \parallel [DC]$$

$$\text{Köşegenlerin orta noktaları arası uzaklık} = \frac{a - c}{2}$$

Yan kenara bitişik açılarda açılarda orta taban üzerinde, dik açıyla kesişir.

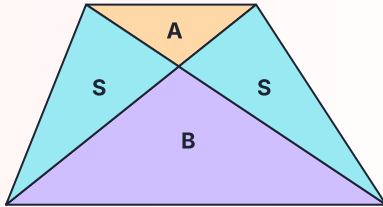
3 Yamukta Alan



$$A(ABCD) = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

Orta taban $\times$ yükseklik.

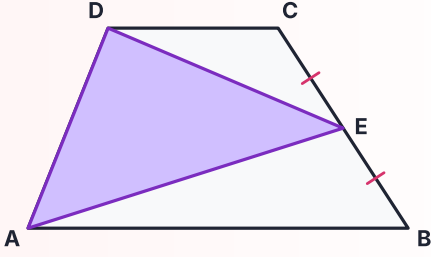
4 Köşegenlerin Ayırdığı Alanlar



$$\text{Yan üçgenler eşit: } S = S \quad S^2 = A \cdot B$$

Tabanlara komşu üçgenler (A ve B) benzerdir: alanlar oranı $= (c/a)^2$.

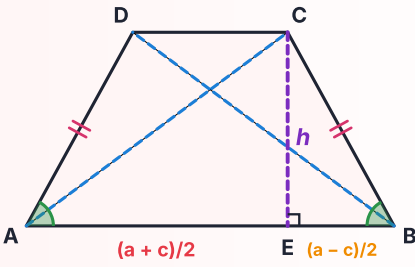
5 Yan Kenarın Orta Noktası



Bir yan kenarın orta noktası karşı yan kenarın uçlarına birleştirilirse:

$$A(AED) = \frac{A(ABCD)}{2}$$

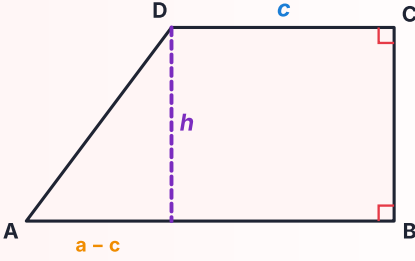
6 İkizkenar Yamuk



Yan kenarlar eşit; taban açıları eşit, **köşegenler eşit**.

$$|AE| = \frac{a+c}{2}, |EB| = \frac{a-c}{2} \Rightarrow A(ABCD) = |AE| \cdot h$$

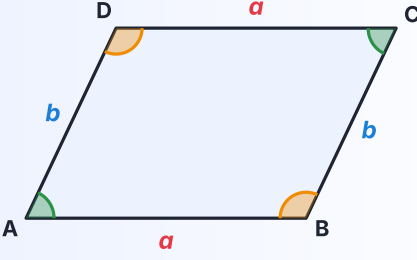
7 Dik Yamuk



Yan kenarlardan biri tabanlara dik olan yamuk.

$$m(\hat{B}) = m(\hat{C}) = 90^\circ \text{ Eğik kenarın izdüşümü: } a - c$$

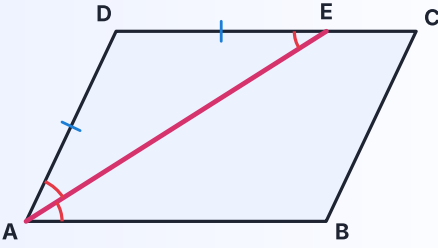
1 Paralelkenar



Karşılıklı kenarları paralel ve eşit; karşılıklı açıları eşit.

$$\alpha + \beta = 180^\circ \quad \zeta = 2(a + b)$$

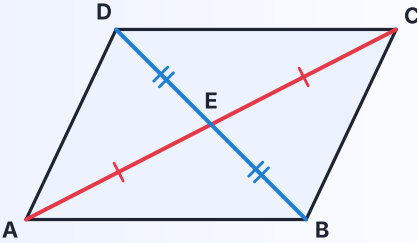
2 Açıortay ve İkizkenar



$$[AE \text{ açıortay} \Rightarrow |DA| = |DE|$$

Komşu köşelerin açıortayları birbirine **diktir**; kesişme noktaları orta taban üzerindedir.

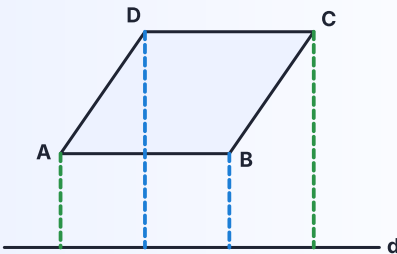
3 Köşegen Özellikleri



$$\text{Köşegenler birbirini ortalar: } |AE| = |EC|, |BE| = |ED|$$

Karşılıklı köşelerden köşegene çizilen dikmeler eşittir.

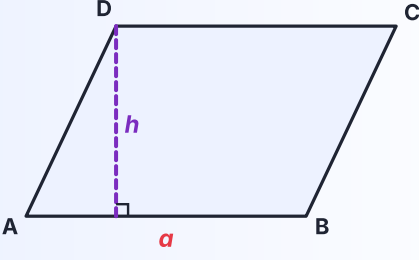
4 Dıştaki Doğruya Uzaklıklar



$$|AA'| + |CC'| = |BB'| + |DD'|$$

Doğru paralelkenarı keserse karşı taraftaki uzaklık eksi alınır.

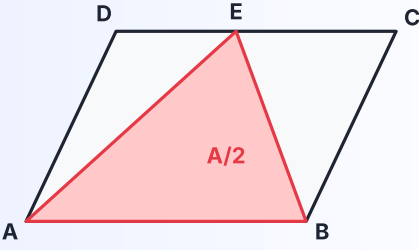
5 Paralelkenarın Alanı



$$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

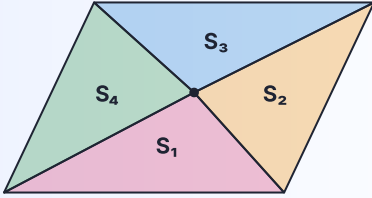
Bir köşegen iki eş üçgen; iki köşegen **dört eş alan** oluşturur.

6 Kenardaki Nokta



$$E \in [DC] \Rightarrow A(ABE) = \frac{A(ABCD)}{2}$$

7 İç Noktanın Ayırdığı Alanlar



$$S_1 + S_3 = S_2 + S_4 = \frac{A(ABCD)}{2}$$

1

Çokgenler Orta

Güçlendirme Testi 1 (Çokgenler) · S1

CDEFG... düzgün çokgeninde [AD] ve [BG] köşegenleri T noktasında kesişiyorlar.

$\widehat{DTG} = 30^\circ$ olduğuna göre, bu çokgen kaç kenarlıdır?

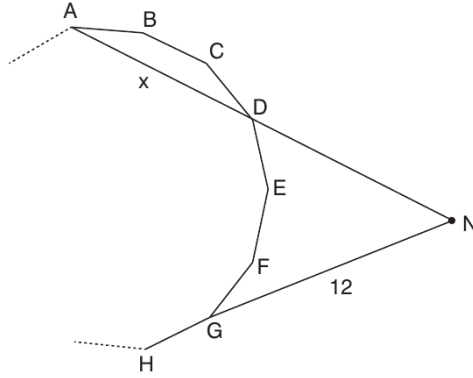
- 12 B) 18 C) 24 D) 25 E) 30

Çözüm alanı

2

Çokgenler Orta - Üst

Güçlendirme Testi 1 (Çokgenler) · S4



ABCDEFGH... bir düzgün onikigenin köşeleri

A, D, N ile H, G, N noktaları doğrusal

$|GN| = 12$ cm

$|AD| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm'dir?

- A) $4\sqrt{2}$ B) 6 C) $6\sqrt{2}$ D) $8\sqrt{2}$ E) 12

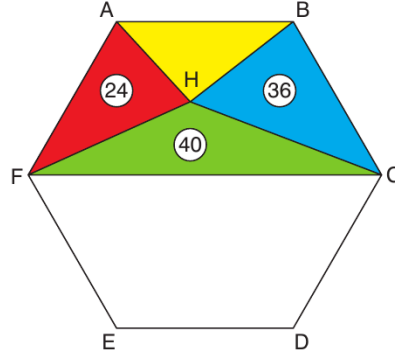
Çözüm alanı

3

Çokgenler

Üst

Güçlendirme Testi 1 (Çokgenler) · S5



ABCDEF bir düzgün altıgen

$$A(AFH) = 24 \text{ br}^2$$

$$A(BCH) = 36 \text{ br}^2$$

$$A(CFH) = 40 \text{ br}^2$$

Buna göre, $A(ABH)$ kaç br^2 dir?

A) 16

B) 18

C) 20

D) 24

E) 30

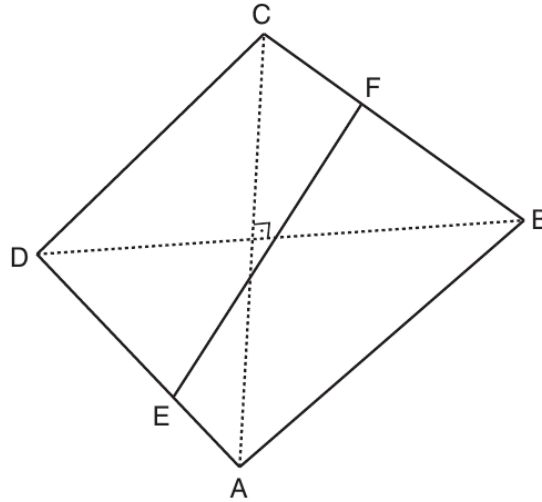
Çözüm alanı

4

Dörtgenler

Orta – Üst

Güçlendirme Testi 1 (Dörtgenler) · S2



ABCD bir dörtgen

$$[AC] \perp [BD]$$

$$2. |AE| = |DE|$$

$$3. |CF| = |CB|$$

$$|DB| = 15 \text{ cm}$$

$$|AC| = 18 \text{ cm}$$

Buna göre, $|EF|$ kaç cm'dir?

A) 10

B) 13

C) 15

D) 17

E) 25

Çözüm alanı

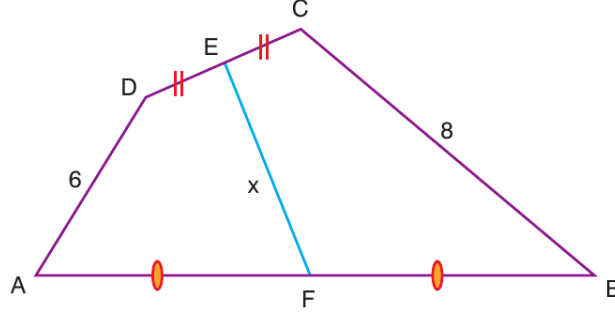
5

Dörtgenler

Orta

Güçlendirme Testi 1 (Dörtgenler) · S7

ABCD bir dörtgen, E ve F bulundukları kenarların orta noktaları olmak üzere mavi renkli [EF] çizilmiştir.



DAB açısı ile ABC açılarının ölçüleri toplamı 90° , $|DA| = 6$ cm,
 $|BC| = 8$ cm ve $|EF| = x$

Buna göre, x kaç cm'dir?

- A) 5 B) 4,75 C) 4,5 D) 4,25 E) 4

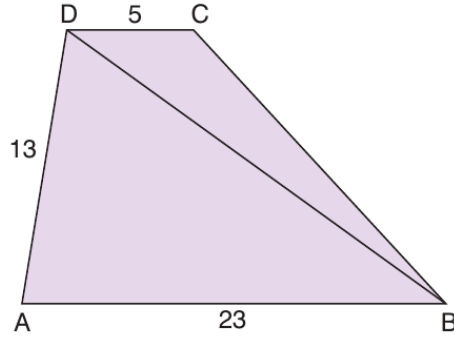
Çözüm alanı

6

Yamuk

Orta - Üst

Güçlendirme Testi 1 (Yamuk) · S1



Şekildeki ABCD yamuğunda, $[AB] \parallel [CD]$

$$m(\widehat{DAB}) = 2m(\widehat{ABD})$$

$|AB| = 23$ br, $|AD| = 13$ br ve $|DC| = 5$ br

Buna göre, Alan(ABCD) kaç br² dir?

- A) 136 B) 144 C) 148 D) 156 E) 168

Çözüm alanı

7

Yamuk

Orta

Güçlendirme Testi 1 (Yamuk) · S3

Ebrar'ın yaptığı bir çizimde, bir dik yamuğun köşegenlerinin orta noktalarını birleştiren doğru parçasının uzunluğu, yamuğun yüksekliğinin yarısına eşit oluyor.

Buna göre, Ebrar'ın yaptığı çizimdeki dik yamuğun en küçük iç açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 15

B) 22,5

C) 30

D) 37,5

E) 45

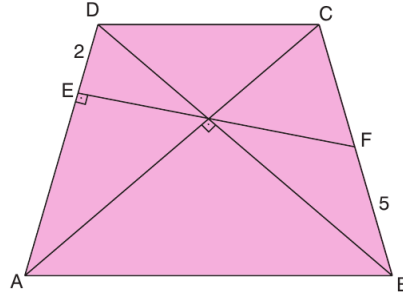
Çözüm alanı

8

Yamuk

Üst

Güçlendirme Testi 1 (Yamuk) · S6



ABCD bir ikizkenar yamuk

$[AB] \parallel [DC]$

$[AC] \perp [BD]$

$[AD] \perp [EF]$

$|DE| = 2 \text{ cm}$

$|BF| = 5 \text{ cm}$

Buna göre, $|AC| + |BD|$ kaç cm'dir?

A) 15

B) $12\sqrt{5}$

C) 18

D) 24

E) 28

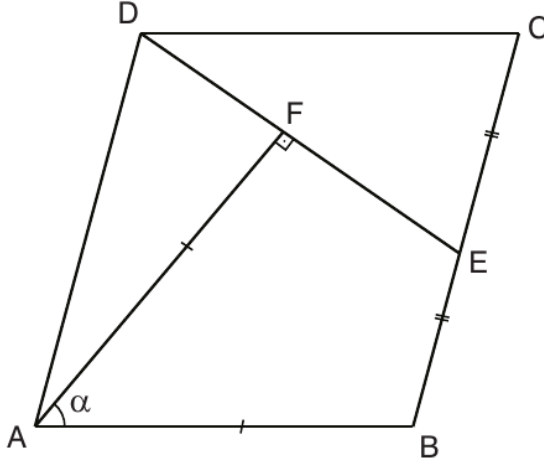
Çözüm alanı

9

Paralelkenar

Orta - Üst

Güçlendirme Testi 1 (Paralelkenar) · S2



ABCD

paralelkenar

 $[AF] \perp [DE]$ $|BE| = |EC|$ $|AF| = |AB|$

Buna göre, $m(\widehat{BAF}) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 30

B) 36

C) 45

D) 60

E) 75

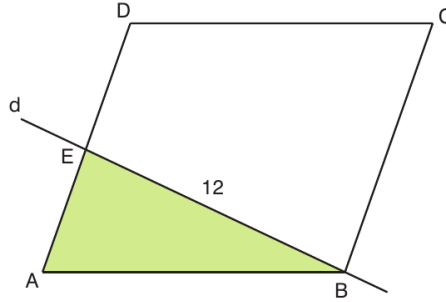
Çözüm alanı

10

Paralelkenar

Orta

Güçlendirme Testi 1 (Paralelkenar) · S6



ABCD paralelkenar

 $|BE| = 12$ cm

d doğrusu, ABCD paralelkenarını B ve E noktalarında kesmektedir.

Yukarıdaki şekilde, C noktasının d doğrusuna uzaklığı 10 cm, D noktasının d doğrusuna uzaklığı 4 cm olduğuna göre, $A(ABE)$ kaç cm^2 dir?

A) 24

B) 32

C) 36

D) 40

E) 48

Çözüm alanı

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	C	B	A	E	E	B	D	C

Soru 1 · Çokgenler**C) 24**

Düzgün çokgenin köşeleri çevrel çember üzerindedir; her kenar $360^\circ/n$ 'lik yay görür.

Kesişen iki kirişin arasındaki açı, gördükleri yayların toplamının yarısıdır: $m(\text{DTG}) = \frac{1}{2} \cdot (\text{yay AB} + \text{yay DG})$.

$$\text{yay AB} = 1 \text{ kenar}, \text{ yay DG} = 3 \text{ kenar} \Rightarrow 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{360^\circ}{n} = \frac{720^\circ}{n} \Rightarrow n = 24$$

Soru 2 · Çokgenler**B) 6**

Eşit sayıda (3) kenar ayıran köşegenler eşit $\Rightarrow |DG| = |AD| = x$.

$m(\text{ADG})$: çevrel çemberde AG yayını (6 kenar = 180°) görür $\Rightarrow 90^\circ$. Yani $m(\text{NDG}) = 90^\circ$.

AD ile GH doğrularının arasındaki açı (dış açı hesabıyla) $m(\text{DNG}) = 30^\circ \Rightarrow 30-60-90$ üçgeni: $|DG| = |GN|/2 = 6$

Soru 3 · Çokgenler**C) 20**

ABCF yamuğunda $|FC| = 2|AB|$ ve yükseklik h. H'nin FC'ye uzaklığı y ise $A(\text{CFH}) = |AB| \cdot y$, $A(\text{ABH}) = |AB|(h - y)/2$.

$$\text{Toplarsak: } A(\text{ABH}) + \frac{A(\text{CFH})}{2} = \frac{|AB| \cdot h}{2} = \frac{A(\text{ABCF})}{3}.$$

$$A(\text{ABH}) = x: x + 20 = \frac{24 + 36 + 40 + x}{3} \Rightarrow 3x + 60 = 100 + x \Rightarrow x = 20$$

Soru 4 · Dörtgenler**B) 13**

$$E = A + \frac{1}{3}(D - A), F = C + \frac{1}{3}(B - C) \Rightarrow EF = \frac{2(C - A) + (B - D)}{3} \text{ (vektörel).}$$

$$AC \perp BD \text{ olduğundan } |EF|^2 = \frac{(2 \cdot 18)^2 + 15^2}{9} = \frac{1296 + 225}{9} = 169 \Rightarrow |EF| = 13$$

Soru 5 · Dörtgenler**A) 5**

[AC] köşegeninin orta noktası M olsun.

E, DC'nin; M, AC'nin orta noktası $\Rightarrow EM \parallel AD$, $|EM| = 3$. M, AC'nin; F, AB'nin orta noktası $\Rightarrow MF \parallel BC$, $|MF| = 4$.

$m(A) + m(B) = 90^\circ \Rightarrow AD$ ile BC doğruları 90° ile kesişir $\Rightarrow m(\text{EMF}) = 90^\circ \Rightarrow |EF| = \sqrt{9 + 16} = 5$

Soru 6 · Yamuk

E) 168

$m(\angle ABD) = \theta$, $m(\angle DAB) = 2\theta$. $[AB]$ üzerinde $|ED| = |EB|$ olacak şekilde E alalım: $m(\angle EDB) = \theta \Rightarrow m(\angle DEA) = 2\theta$.
 $\triangle ADE$ 'de A ve E açıları $2\theta \Rightarrow |DE| = |DA| = 13 = |EB| \Rightarrow |AE| = 23 - 13 = 10$.
 $13-13-10$ ikizkenarında yükseklik $h = 12 \Rightarrow A(ABCD) = (23 + 5)/2 \cdot 12 = 168$

Soru 7 · Yamuk

E) 45

Köşegenlerin orta noktaları arası uzaklık $(a - c)/2 = h/2 \Rightarrow a - c = h$.
 Dik yamukta eğik kenarın tabana izdüşümü $a - c = h \Rightarrow$ eğik kenarın oluşturduğu dik üçgen ikizkenar $\Rightarrow$ en küçük iç açı **45°**

Soru 8 · Yamuk

B) $12\sqrt{5}$

İkizkenar yamuk çembere çizilebilir ve köşegenleri O'da dik kesişiyor. O'dan AD'ye dik çizilen doğru karşı kenar BC'yi **ortalar** (Brahmagupta) $\Rightarrow |BC| = 10 = |AD|$.
 $\triangle AOD$ dik üçgeninde Öklid: $|OD|^2 = 2 \cdot 10 \Rightarrow |OD| = 2\sqrt{5}$; $|OA|^2 = 8 \cdot 10 \Rightarrow |OA| = 4\sqrt{5}$.
 $|AC| = |BD| = 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5} \Rightarrow$ toplam **$12\sqrt{5}$**

Soru 9 · Paralelkenar

D) 60

DE'yi uzatıp AB'nin uzantısını G'de kessin. E, BC'nin orta noktası $\Rightarrow ECD \cong EBG \Rightarrow |BG| = |DC| = |AB|$.
 $\triangle AFG$ dik üçgeninde FB kenarortay $\Rightarrow |FB| = |AG|/2 = |AB|$.
 $|AF| = |AB| = |FB| \Rightarrow \triangle ABF$ eşkenar $\Rightarrow \alpha = 60^\circ$

Soru 10 · Paralelkenar

C) 36

Paralelkenarda karşılıklı köşelerin bir doğruya uzaklıkları toplamı eşittir: $d(A) + d(C) = d(B) + d(D)$.
 B doğru üzerinde, A ise C ve D'nin karşı tarafında $\Rightarrow -d(A) + 10 = 0 + 4 \Rightarrow d(A) = 6$.
 $A(\triangle ABE) = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 = 36$