

TYT MATEMATİK · DERGİ 4

Üslü ve Köklü İfadeler, Çarpanlara Ayırma

Dergideki konuların tanım, kural ve formülleri sırasıyla, renkli kutularla bir arada. Ardından orta ve üst seviye öğrenciler için seçilmiş 10 soru, cevap anahtarı ve çözümler.

- 1 ÜSLÜ İFADELER (9 kart)
- 2 ÜSLÜ DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER (8 kart)
- 3 KÖKLÜ İFADELER (8 kart)
- 4 EŞLENİK (6 kart)
- 5 ÇARPANLARA AYIRMA (7 kart)
- 6 ÖZDEŞLİKLER (9 kart)
- 7 Seçme 10 Soru ve Çözümler

erdalhoca.com · Matematik Merkezi



Animasyon + test için
okut · erdalhoca.com

1 Üslü Sayı

$$a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a \text{ (n tane)}$$

$$a^0 = 1 \text{ (} a \neq 0 \text{)}$$

$$a^1 = a$$

$$0^0 \text{ tanımsız}$$

2 Negatif Üs

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Negatif üs sayının işaretini değil, yerini (pay ↔ payda) değiştirir.

3 İşaret Kuralları

$$(-a)^{2n} = a^{2n}$$

$$(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$$

$$-a^n \neq (-a)^n : -3^2 = -9, (-3)^2 = 9$$

4 Çarpma ve Bölme

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$a^n : b^n = (a/b)^n$$

5 Üssün Üssü

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

a^{m^n} ile $(a^m)^n$ farklıdır: $2^{3^2} = 2^9$, $(2^3)^2 = 2^6$.

6 Toplama – Çıkarma

Yalnız tabanı ve üssü aynı terimler toplanır:

$$3 \cdot 2^x + 5 \cdot 2^x = 8 \cdot 2^x$$

Örnek: $2^{x+2} + 2^x = 2^x(4 + 1) = 5 \cdot 2^x$

7 Sıralama

Taban > 1 ise üssü büyük olan büyük; $0 < \text{taban} < 1$ ise üssü büyük olan küçüktür.

Üsler eşitse (pozitif) tabanı büyük olan büyüktür.

Karşılaştırmak için tabanlar ya da üsler eşitlenir.

8 Basamak Sayısı

$$a \cdot 10^n \text{ (} 1 \leq a < 10 \text{) sayısı } n + 1$$

basamaklıdır.

Örnek: $2^{10} \cdot 5^8 = 4 \cdot 10^8 \rightarrow 9$ basamak

9 Değişken Değiştirme

$$x = 1 + 2^a \text{ gibi ifadelerde } 2^a = x - 1 \text{ çekilip}$$

diğer ifadede yerine yazılır.

$2^{-a} = 1/2^a$ dönüşümünü unutma.

1 Tabanları Eşitleme

$$a^x = a^y \Rightarrow x = y$$

($a \neq 0, \pm 1$)

Örnek: $4^{x+1} = 8 \Rightarrow 2^{2x+2} = 2^3 \Rightarrow x = 1/2$

2 Üsleri Eşit

$$x^n = y^n \text{ ise } n \text{ tek: } x = y \cdot n \text{ çift: } x = \pm y$$

$$a^x = b^x (a \neq b) \Rightarrow x = 0$$

3 Özel Durumlar

$$a^x = 1 \Rightarrow x = 0 \text{ veya } a = 1 \text{ veya } (a = -1, x \text{ çift})$$

4 Ortak Paranteze Alma

Örnek: $3^{x+2} - 3^x = 72 \Rightarrow 3^x(9 - 1) = 72 \Rightarrow 3^x = 9 \Rightarrow x = 2$

5 Değişken Değiştirme

$$4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0 \rightarrow 2^x = t: t^2 - 3t - 4 = 0 \rightarrow t = 4$$

t = 2^x daima pozitiftir; negatif kök atılır.

6 Toplam – Kare İlişkisi

$$(a^k + a^{-k})^2 = a^{2k} + a^{-2k} + 2$$

Örnek: $5^{a-b} + 5^{b-a} = 7 \Rightarrow 5^{2(a-b)} + 5^{2(b-a)} = 47$

7 $a^x = b^y = c^z = k$

$$a = k^{1/x}, b = k^{1/y} \dots \text{ yazılır, sayılar çarpılarak}$$

k'nın kuvveti bulunur.

Örnek: $2^x = 3^y = 6 \Rightarrow 1/x + 1/y = 1$

8 Üslü Eşitsizlikler

$$a > 1: a^x < a^y \Leftrightarrow x < y$$

$$0 < a < 1: a^x < a^y \Leftrightarrow x > y$$

Taban 1'den küçükse yön değişir.

1 Köklü İfade

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$$

n çift ise $a \geq 0$ olmalıdır; n tek ise a her reel sayı olabilir.

2 Kök Dışına Çıkarma

$$\sqrt{a^2 b} = |a| \sqrt{b}$$

$$\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$$

$$\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a$$

3 Çarpma ve Bölme

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a/b}$$

Kök dereceleri farklıysa EKOK'ta eşitlenir.

4 Toplama – Çıkarma

Yalnız kök içi ve derecesi aynı olanlar:

$$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

Örnek: $\sqrt{8} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

5 İç İçe Kök

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a^m b^n}} = \sqrt[m \cdot n]{a^m b^n}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

6 Rasyonel – İrrasyonel Eşitliği

a, b, c, d rasyonel ve $a + b\sqrt{k} = c + d\sqrt{k}$ ise

$$a = c, b = d$$

7 Sıralama

Kök dereceleri eşitlenir veya katsayılar kök içine alınır.

Örnek: $2\sqrt{3} = \sqrt{12} < \sqrt{13}$

8 En Kısa Yol (Kökler Toplamı)

$$\sqrt{x^2 + a^2} + \sqrt{y^2 + b^2} \geq \sqrt{(x + y)^2 + (a + b)^2}$$

Vektörlerin uzunlukları toplamı $\geq$ toplam vektörün uzunluğu (Minkowski).

1 Eşlenik Kavramı

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \leftrightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$$

2 Paydayı Rasyonel Yapmak

$$\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b}$$

Örnek: $1/(\sqrt{5} - 2) = \sqrt{5} + 2$

3 Küp Kökte Eşlenik

$$(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) = a + b$$

$$(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) = a - b$$

4 Kare Kökü Açma

$$\sqrt{(a + b) \pm 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$$

(a > b)

Örnek: $\sqrt{13 + 2\sqrt{42}} = \sqrt{7} + \sqrt{6}$

5 Zincirleme Eşlenik

$$(2^n - 1)(2^n + 1) = 2^{2n} - 1 \quad \text{adım adım}$$

uygulanır.

Örnek: $(2^6 - 1)(2^6 + 1)(2^{12} + 1) = 2^{24} - 1$

6 Toplam – Fark Hilesi

$$(\sqrt{x + a} - \sqrt{x})(\sqrt{x + a} + \sqrt{x}) = a$$

Fark verilip toplam sorulduğunda iki ifadenin çarpımının sabit olduğunu kullan.

1 Ortak Çarpan Parantezi

$$ab + ac = a(b + c)$$

Örnek: $x^3 - x^2 = x^2(x - 1)$

2 Gruplandırma

$$ax + ay + bx + by = (a + b)(x + y)$$

Dört terimli ifadelerde ikişerli gruplar denenir.

3 $x^2 + bx + c$

Çarpımı c, toplamı b olan iki sayı:

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$$

Örnek: $x^2 + 4x - 21 = (x + 7)(x - 3)$

4 $ax^2 + bx + c$

Çapraz çarpma: $ax^2 = (px)(qx)$, $c = r \cdot s$ ve $ps + qr = b$ olacak biçimde ayrılır.

Örnek: $3x^2 + 5x - 2 = (3x - 1)(x + 2)$

5 Değişken Değiştirme

$(x - 2)(x + 5)(x + 1)(x + 2)$ gibi ifadelerde **sabit terimler toplamı eşit** olan ikililer çarpılır:

$$t = x^2 + 3x$$

6 Asal Sayı Koşulu

p asal ve $p = (x + a)(x + b)$ ise çarpanlardan biri ± 1 olmalıdır.

İki çarpanın işareti aynı olmalı ki çarpım pozitif olsun.

7 Sadeleştirme

Pay ve payda çarpanlarına ayrılır, ortak çarpanlar sadeleşir; sadeleşen çarpanı sıfır yapan değerler tanım dışıdır.

1 İki Kare Farkı

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Örnek: $101^2 - 99^2 = 2 \cdot 200 = 400$

2 Tam Kare

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (b - a)^2$$

3 Kareler Arası Bağlıntılar

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

4 $x + 1/x$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4$$

5 Küp Açılımları

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

6 Küp Toplamı – Farkı

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

7 Üç Terimli Kare

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

8 En Küçük Değer

Tam kareye tamamla:

$$x^2 - 6x + 11 = (x - 3)^2 + 2 \geq 2$$

Bir kare ifadenin en küçük değeri 0'dır.

9 Derece Düşürme

$x^2 + x - 4 = 0$ ise $x^2 = 4 - x$ yazılarak yüksek kuvvetler küçültülür.

Örnek: $x^4 = (4 - x)^2 = 20 - 9x$

1

Üslü İfadeler

Orta

Güçlendirme Testi · s.21 · S4

$$x = 1 + 2^a$$

$$y = 2 + 2^{-a}$$

olduğuna göre, y 'nin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2x-1}{x-1}$

B) $\frac{2x+1}{x-1}$

C) $\frac{2x+1}{x-2}$

D) $\frac{x-1}{2x-1}$

E) $\frac{x+1}{x-2}$

Çözüm alanı

2

Üslü Denklemler

Üst

Güçlendirme Testi · s.40 · S8

$$5^{a-b} + 5^{b-a} = 7$$

olduğuna göre, $\frac{625^a + 625^b}{25^{a+b+1}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1

B) $\frac{47}{25}$

C) $\frac{49}{25}$

D) 2

E) $\frac{51}{25}$

Çözüm alanı

3

Üslü Denklemler

Üst

Güçlendirme Testi · s.40 · S10

$$2^x = 3^y = 5^z = 180$$

olarak veriliyor.

Buna göre $\frac{6}{x} + \frac{6}{y} + \frac{3}{z}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 6

E) 9

Çözüm alanı

4

Köklü İfadeler

Orta

Güçlendirme Testi · s.57 · S2

a ve b birer rasyonel sayıdır.

$$\frac{a\sqrt{2} + 2\sqrt{3}b}{\sqrt{2}} + \frac{b\sqrt{3} - \sqrt{2}a}{\sqrt{3}} = \sqrt{96}$$

olduğuna göre, a – b farkı kaçtır?

A) –9

B) –6

C) –3

D) 3

E) 6

Çözüm alanı

5

Köklü İfadeler

Üst

Güçlendirme Testi · s.58 · S10

$x, y, z \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$x + y + z = 8$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\sqrt{x^2 + 25} + \sqrt{y^2 + 1} + \sqrt{z^2 + 81}$ ifadesinin değeri en az kaçtır?

A) 10

B) 12

C) 13

D) 17

E) 21

Çözüm alanı

6

Eşlenik

Orta

Güçlendirme Testi · s.77 · S5

$$A = (2^6 + 1) \cdot (2^{12} + 1) \cdot (2^{24} + 1)$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,

$$\sqrt[16]{63 \cdot A + 1}$$

ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 2

B) 4

C) 8

D) 16

E) 32

Çözüm alanı

7

Eşlenik

Üst

Güçlendirme Testi · s.78 · S9

$$(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{5})^x = 16$$

olduğuna göre, $(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{15} + \sqrt[3]{25})^x$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2^{x-4} B) 2^{2x-4} C) 2^{3x-4} D) 8^{x-2} E) 16^{x+1}

Çözüm alanı

8

Çarpanlara Ayırma

Orta

Güçlendirme Testi · s.96 · S8

$$(x - 2) \cdot (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 5) + 20$$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + 2x$ B) $x^2 - 3x + 8$
C) $x^2 + 3x - 1$ D) $x^2 - 3$
E) $x^2 + 3x - 8$

Çözüm alanı

9

Özdeşlikler

Üst

Güçlendirme Testi · s.113 · S3

$$(a + 1).(a + 2).(a + 3).(a + 4) + 69$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

A) -1

B) 0

C) 68

D) 69

E) 70

Çözüm alanı

10

Özdeşlikler

Orta

Güçlendirme Testi · s.114 · S12

x ve y birbirlerinden farklı gerçel sayılar olmak üzere,

$$x^2 + y^2 = 3.x.y \text{ eşitliği veriliyor.}$$

Buna göre, $\left(\frac{x+y}{x-y}\right)^6$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 8

B) 27

C) 64

D) 125

E) 216

Çözüm alanı

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	C	B	D	C	C	E	C	D

Soru 1 · Üslü İfadeler

A) $(2x - 1)/(x - 1)$

$$2^a = x - 1 \Rightarrow 2^{-a} = 1/(x - 1)$$

$$y = 2 + 1/(x - 1) = (2x - 2 + 1)/(x - 1) = (2x - 1)/(x - 1)$$

Soru 2 · Üslü Denklemler

B) 47/25

$$(625^a + 625^b)/25^{a+b+1} = (5^{4a} + 5^{4b})/(25 \cdot 5^{2a+2b}) = (5^{2a-2b} + 5^{2b-2a})/25$$

$$(5^{a-b} + 5^{b-a})^2 = 49 \Rightarrow 5^{2a-2b} + 5^{2b-2a} = 49 - 2 = 47$$

Sonuç 47/25

Soru 3 · Üslü Denklemler

C) 3

$$2 = 180^{1/x}, 3 = 180^{1/y}, 5 = 180^{1/z}$$

$$2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^3 = 180^{6/x + 6/y + 3/z}$$

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \Rightarrow 180^3 = 2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^3 \Rightarrow \text{toplam } 3$$

Soru 4 · Köklü İfadeler

B) -6

$$\text{Sol taraf: } a + \sqrt{6} \cdot b + b - (\sqrt{6}/3) \cdot a = (a + b) + \sqrt{6}(b - a/3)$$

$$\sqrt{96} = 4\sqrt{6} \Rightarrow a + b = 0 \text{ ve } b - a/3 = 4$$

$$b = -a \Rightarrow -4a/3 = 4 \Rightarrow a = -3, b = 3 \Rightarrow a - b = -6$$

Soru 5 · Köklü İfadeler

D) 17

Her kök bir dik üçgenin hipotenüsü: $(x, 5)$, $(y, 1)$, $(z, 9)$ vektörleri uç uca eklenir.

$$\text{Toplam uzunluk} \geq \sqrt{((x + y + z)^2 + (5 + 1 + 9)^2)} = \sqrt{(64 + 225)} = \sqrt{289}$$

En az 17 (vektörler aynı doğrultudayken)

Soru 6 • Eşlenik

C) 8

$$63 = 2^6 - 1 \Rightarrow 63 \cdot A = (2^6 - 1)(2^6 + 1)(2^{12} + 1)(2^{24} + 1) = 2^{48} - 1$$

$$63 \cdot A + 1 = 2^{48} \Rightarrow 16. \text{ dereceden kök: } 2^3 = 8$$

Soru 7 • Eşlenik

C) 2^{3x-4}

$$\text{Küp toplamı: } (\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{15} + \sqrt[3]{25}) = 3 + 5 = 8$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{15} + \sqrt[3]{25} = 8 / (\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{5})$$

$$x. \text{ kuvvet: } 8^x / 16 = 2^{3x} / 2^4 = 2^{3x-4}$$

Soru 8 • Çarpanlara Ayırma

E) $x^2 + 3x - 8$

$$(x - 2)(x + 5) = x^2 + 3x - 10, (x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$$

$$t = x^2 + 3x: (t - 10)(t + 2) + 20 = t^2 - 8t = t(t - 8)$$

$$= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x - 8)$$

Soru 9 • Özdeşlikler

C) 68

$$(a + 1)(a + 4) = a^2 + 5a + 4, (a + 2)(a + 3) = a^2 + 5a + 6$$

$$t = a^2 + 5a + 5: (t - 1)(t + 1) + 69 = t^2 + 68$$

$$t = 0 \text{ olabilir } (a^2 + 5a + 5 = 0 \text{ reel köklü}) \Rightarrow \text{en küçük } 68$$

Soru 10 • Özdeşlikler

D) 125

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 5xy \quad (x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = xy$$

$$((x + y)/(x - y))^2 = 5 \Rightarrow 6. \text{ kuvvet } 5^3 = 125$$

Bu kitapçığın **etkileşimli** hâli seni bekliyor

Formülleri ekranda renkli kartlarla gör, animasyonlarda kaydırıcıyla oyna, seçme soruları çözüp anında puanını öğren. Hepsi ücretsiz.



Matematik Merkezi

Telefonunun kamerasıyla QR kodu okut ya da adresi yaz.

erdalhoca.com/matematik-merkezi/

Bu kitapçıktaki konuların sayfaları

Üslü İfadeler

erdalhoca.com/matematik-merkezi/uslu-ifadeler/

Üslü Denklem ve Eşitsizlikler

erdalhoca.com/matematik-merkezi/uslu-denklemler-ve-esitsizlikler/

Köklü İfadeler

erdalhoca.com/matematik-merkezi/koklu-ifadeler/

Eşlenik

erdalhoca.com/matematik-merkezi/eslenik/

Çarpanlara Ayırma

erdalhoca.com/matematik-merkezi/carpanlara-ayirma/

Özdeşlikler

erdalhoca.com/matematik-merkezi/ozdeslikler/



Üslü İfadeler



Üslü Denklem ve Eşitsizlikler



Köklü İfadeler



Eşlenik



Çarpanlara Ayırma



Özdeşlikler

Takıldığın bir soru mu var?

Birebir ya da online derste birlikte çözelim.

WhatsApp: 0543 843 08 43