

TYT MATEMATİK · DERGİ 8

Permütasyon, Kombinasyon, Binom ve Olasılık

Dergideki konuların tanım, kural ve formülleri sırasıyla, renkli kutularla bir arada. Ardından orta ve üst seviye öğrenciler için seçilmiş 10 soru, cevap anahtarı ve çözümler.

- 1 PERMÜTASYON (10 kart)
- 2 TEKRARLI PERMÜTASYON (7 kart)
- 3 KOMBİNASYON (7 kart)
- 4 GEOMETRİK KOMBİNASYON (6 kart)
- 5 BİNOM AÇILIMI (6 kart)
- 6 OLASILIK, KOŞULLU VE DENEYSEL OLASILIK (9 kart)
- 7 Seçme 10 Soru ve Çözümler

erdalhoca.com · Matematik Merkezi



Animasyon + test için
okut · erdalhoca.com

1 Toplama ve Çarpma Yoluyla Sayma

Ya / veya → toplama · **ve / ardından** → çarpma

Örnek: 3 gömlek, 4 pantolon → $3 \cdot 4 = 12$ kombin

2 Faktöriyel

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 1$$

$$0! = 1! = 1$$

3 Permütasyon

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

n farklı nesneden r tanesinin **sıralı** dizilişi

n nesnenin tamamı: $n!$

4 Yan Yana Olma

Yan yana olacaklar **tek nesne** sayılır, kendi aralarında yer değiştirir.

Örnek: A ile B yan yana, 6 kişi: $5! \cdot 2!$

5 Yan Yana Olmama

Tümü – Yan yana olanlar veya diğerleri

dizilip araya yerleştirilir (boşluk yöntemi).

Örnek: 5 kadın 5 erkek dönüşümlü: $2 \cdot 5! \cdot 5!$

6 Belirli Sıra Koşulu

k kişinin kendi aralarında sırası belli ise $\frac{n!}{k!}$

Örnek: Defne, Melek'in solunda: $6!/2 = 360$

7 Dairesel Permütasyon

$$(n - 1)!$$

Kolye / anahtarlık gibi ters çevrilebilen dizilişlerde $(n - 1)!/2$.

8 Arasında k Kişi

İki kişi arasında tam k kişi olacak konum çifti sayısı $n - k - 1$; iki kişi $2!$, diğerleri $(n - 2)!$ şekilde dizilir.

9 Rakamlarla Sayı Yazma

Önce kısıtlı basamaklar (ilk basamak $\neq 0$, tek/çift, 5'e bölünme) doldurulur, sonra diğerleri.

10 İçerme – Dışarma

$$|A \cup B \cup C| = \Sigma |A| - \Sigma |A \cap B| + |A \cap B \cap C|$$

"Hiçbiri yan yana olmasın" türü sorularda kullanılır.

1 Tekrarlı Permütasyon

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

Özdeş nesneler içeren n nesnenin dizilişi

Örnek: ANANAS: $6!/(3! \cdot 2!) = 60$

2 Özdeşleri Ayırmama

Belirli özdeşler uçlarda olacaksa önce onlar yerleştirilir, kalan nesnelerin tekrarlı dizilişi bulunur.

3 Yan Yana Gelmesin (Özdeş)

Diğerleri dizilir, $n + 1$ boşluktan istenen sayıda

seçilir: $\left(\frac{n+1}{k}\right)$

Örnek: 3 siyah bilye: 6 bilyenin 20 dizilişi $\cdot C(7, 3) = 35$
 $\rightarrow 700$

4 Kısa Yol Problemleri

a adım sağa, b adım yukarı:

$$\frac{(a+b)!}{a! \cdot b!}$$

5 Pozitif Tam Sayı Çözümleri

$$x_1 + \dots + x_k = n \text{ denkleminin}$$

doğal sayı çözümü $\left(\frac{n+k-1}{k-1}\right)$ · pozitif çözümü $\left(\frac{n-1}{k-1}\right)$

6 Terim Sayısı

$$(x_1 + \dots + x_k)^n \text{ açılımındaki terim sayısı}$$

$$\left(\frac{n+k-1}{k-1}\right)$$

Örnek: $(x + y + z + t)^7 \rightarrow C(10, 3) = 120$

7 Hiçbiri Kendi Yerinde Değil

Düzensiz diziliş sayısı:

$$D_1 = 0, D_2 = 1, D_3 = 2, D_4 = 9, D_5 = 44$$

$$D_n = (n-1)(D_{n-1} + D_{n-2})$$

1 Kombinasyon

$$\left(\frac{n}{r}\right) = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

Sırasız seçim

2 Temel Özellikler

$$\left(\frac{n}{0}\right) = \left(\frac{n}{n}\right) = 1 \quad \left(\frac{n}{1}\right) = n$$

$$\left(\frac{n}{r}\right) = \left(\frac{n}{n-r}\right)$$

3 Pascal Özdeşliği

$$\left(\frac{n}{r}\right) + \left(\frac{n}{r+1}\right) = \left(\frac{n+1}{r+1}\right)$$

4 Toplam

$$\left(\frac{n}{0}\right) + \left(\frac{n}{1}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n}\right) = 2^n$$

5 “En Az / En Çok” Seçimleri

Durumlara ayrılıp toplanır veya

Tümü – İstenmeyen alınır.**Örnek:** En fazla 2 yabancı: $0 + 1 + 2$ yabancı seçimler

6 Grup Oluşturma

12 kişiden iki adet 6'lık grup (gruplar adsız):

$$\frac{\left(\frac{12}{6}\right)}{2!}$$

Gruplar farklı adlı (A takımı, B takımı) ise $2!$ 'e bölünmez.

7 Sıralı Rakamlar

$$X < Y < Z \rightarrow \text{rakam kümesinden } \left(\frac{n}{3}\right) \quad X \leq Y \leq Z \rightarrow \left(\frac{n+2}{3}\right)$$

1 Doğruların Kesişimi

n doğru en çok $\left(\frac{n}{2}\right)$ noktada kesişir.

k paralel doğru: $-\left(\frac{k}{2}\right)$ · k doğru aynı noktadan: $-\left(\frac{k}{2}\right) + 1$

2 Noktalardan Doğru

n noktadan (üçü doğrusal değil) $\left(\frac{n}{2}\right)$ doğru · k tanesi doğrusalsa $\left(\frac{n}{2}\right) - \left(\frac{k}{2}\right) + 1$

3 Üçgen Sayısı

$\left(\frac{n}{3}\right) - \left(\frac{k}{3}\right)$ (k doğrusal nokta)

Örnek: İki paralel doğruda 4 ve 5 nokta: $C(4,2) \cdot 5 + C(5,2) \cdot 4 = 70$

4 Dörtgen / Paralelkenar

m paralel ve n paralel doğrunun oluşturduğu

paralelkenar sayısı: $\left(\frac{m}{2}\right) \cdot \left(\frac{n}{2}\right)$

5 Çember ve Çokgen Kesişimi

2 çember: 2 çember – n-gen: $2n$

iki n-gen: $2n$ doğru – çember: 2

6 Köşegen Sayısı

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

n kenarlı dışbükey çokgen

1 Binom Açılımı

$$(x + y)^n = \sum \left(\frac{n}{r} \right) x^{n-r} y^r$$

Terim sayısı $n + 1$

2 Genel Terim

Baştan $(r + 1)$. terim: $T_{r+1} = \left(\frac{n}{r} \right) x^{n-r} y^r$

Sondan k . terim = baştan $(n + 2 - k)$. terim.

3 Katsayılar Toplamı

Değişkenler yerine 1 yazılır: $P(1)$

Sabit terim: değişkenler yerine 0 (polinom için)

4 Çift / Tek Dereceli Terimler

$$\text{Çift dereceliler} = \frac{P(1) + P(-1)}{2}$$

$$\text{Tek} = \frac{P(1) - P(-1)}{2}$$

5 Ortanca Terim

n çift ise ortanca terim $\left(\frac{n}{2} + 1 \right)$. terimdir ve en büyük binom katsayısına sahiptir.

6 Belirli Kuvvetli Terim

Genel terimde x 'in kuvveti istenen değere eşitlenir, r bulunur.

Örnek: $(x^2 + 1/x)^6 \rightarrow x^{12-3r}$; sabit terim $r = 4 \rightarrow C(6, 4) = 15$

1 Olasılık

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)}$$

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad P(\emptyset) = 0, P(E) = 1$$

2 Tümleyen

$$P(A') = 1 - P(A)$$

"En az bir" sorularında tümleyen ile çöz: $1 - P(\text{hiç})$.

3 Birleşim

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ayrık olaylarda kesişim 0'dır.

4 Bağımsız Olaylar

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Örnek: Bir zar ve bir para: 6 ve tura $\rightarrow 1/6 \cdot 1/2 = 1/12$

5 Ardışık Çekiliş

Geri koymadan: her çekilişte toplam azalır · **geri koyarak:** olasılıklar değişmez.

6 Koşullu Olasılık

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

B olayının gerçekleştiği bilindiğinde örnek uzay B'ye daralır.

7 Toplam Olasılık

$$P(A) = P(A|B) \cdot P(B) + P(A|B') \cdot P(B')$$

Ağaç diyagramında dallar çarpılır, sonuçlar toplanır.

8 DeneySEL Olasılık

$$p = \frac{\text{Olayın gözlenme sayısı}}{\text{Toplam deneme sayısı}}$$

Deneme sayısı arttıkça deneysel olasılık teorik olasılığa yaklaşır.

9 Geometrik Olasılık

$$p = \frac{\text{İstenen bölgenin alanı (uzunluğu)}}{\text{Tüm bölgenin alanı (uzunluğu)}}$$

1

Permütasyon

Orta

Güçlendirme Testi · s.27 · S1

Aralarında Mehmet ve Fatih'in de bulunduğu 7 kişi yan yana sıralanacaklardır.

Mehmet ve Fatih arasında daima 2 kişi olacağına göre bu sıralama kaç farklı şekilde gerçekleştirilebilir?

A) $8 \cdot 5!$ B) $6!$ C) $7!$ D) $2! \cdot 6!$ E) $7 \cdot 8!$

Çözüm alanı

2

Permütasyon

Üst

Güçlendirme Testi · s.28 · S7

Üç evli çift düz bir banka yan yana oturacaklardır.

Buna göre hiçbir eşin yan yana olmaması koşulu ile kaç farklı şekilde oturabilirler?

A) 60

B) 120

C) 180

D) 240

E) 320

Çözüm alanı

3

Tekrarlı Permütasyon

Orta

Güçlendirme Testi · s.39 · S3

Özdeş 3 mavi, 3 yeşil ve 3 siyah bilye herhangi iki siyah bilye yan yana gelmemek koşuluyla kaç farklı şekilde sıralanabilir?

A) 480

B) 540

C) 630

D) 700

E) 840

Çözüm alanı

4

Kombinasyon

Üst

Güçlendirme Testi · s.65 · S2

ABC üç basamaklı 5 ile tam bölünen bir doğal sayı olmak üzere,

$$C \leq B \leq A$$

şartını sağlayan kaç farklı ABC üç basamaklı sayısı vardır?

A) 55

B) 60

C) 67

D) 69

E) 70

Çözüm alanı

5

Kombinasyon

Orta

Güçlendirme Testi · s.66 · S10

10 oyuncusu bulunan bir basketbol takımının 4 oyuncusu yabancıdır.

Kural gereği her maçta takımda en fazla iki yabancı oyuncu bulunabileceğine göre, 5 kişilik basketbol takımı kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

- A) 186 B) 180 C) 126 D) 108 E) 96

Çözüm alanı

6

Geometrik Kombinasyon

Üst

Güçlendirme Testi · s.80 · S7

Aynı düzlemde bulunan 10 tane doğrudan 4 tanesi birbirine paralel ve 3 tanesi belli bir A noktasından geçmektedir.

Buna göre, bu 10 doğrunun en çok kaç tane kesişim noktası vardır?

- A) 36 B) 37 C) 40 D) 44 E) 45

Çözüm alanı

7

Binom

Orta

Güçlendirme Testi · s.96 · S7

$(3x + 5y)^6$ ifadesinin açılımında elde edilen terimlerden kaç tanesinin katsayısı çifttir?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

Çözüm alanı

8

Olasılık

Orta

Güçlendirme Testi · s.122 · S8

4 kız ve 3 erkek öğrencinin bulunduğu 7 kişilik bir grup düz bir sıraya dizilecektir.

Buna göre, her iki kızın arasında bir erkek öğrencinin oturma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{35}$ B) $\frac{3}{35}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{2}{7}$

Çözüm alanı

9

Olasılık

Orta

Güçlendirme Testi · s.143 · S3

6 farklı rengin olduğu
 $3 \times 3 \times 3$ lük bir rubik
 küp parçalanıyor.
 Elde edilen 27
 parçadan rastgele bir
 parça seçiliyor.

**Buna göre, seçilen
 parçanın iki yüzünün
 boyalı olma olasılığı
 kaçtır?**

(Not: Sadece görünen yüzeyde boya vardır.)

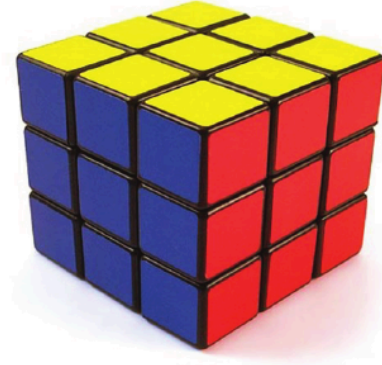
A) $\frac{5}{27}$

B) $\frac{4}{9}$

C) $\frac{8}{27}$

D) $\frac{1}{3}$

E) $\frac{2}{3}$



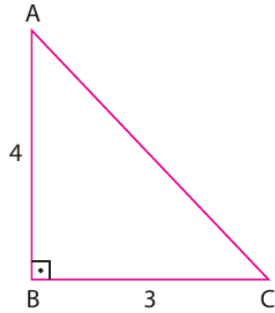
Çözüm alanı

10

Olasılık

Üst

Güçlendirme Testi · s.144 · S6



Şekilde görülen ABC

dik üçgeninde

$[AB] \perp [BC]$

$|AB| = 4$ br ve

$|BC| = 3$ br dir.

Üçgenin içinde rastgele bir nokta
 işaretleniyor.

**İşaretlenen bu noktanın üçgenin köşelerine 1 birimden daha
 uzak mesafede olma olasılığı kaçtır?**

A) $\frac{10 - \pi}{12}$

B) $\frac{12 - \pi}{12}$

C) $\frac{8 - \pi}{12}$

D) $\frac{14 - \pi}{12}$

E) $\frac{7 - \pi}{12}$

Çözüm alanı

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	D	D	A	B	C	A	B	B

Soru 1 · Permütasyon**A) $8 \cdot 5!$**

Aralarında 2 kişi olacak konum çiftleri: (1,4), (2,5), (3,6), (4,7) $\Rightarrow$ 4 çift

Mehmet ile Fatih yer değiştirebilir: $2 \cdot$ diğer 5 kişi $5!$

$4 \cdot 2 \cdot 5! = 8 \cdot 5!$

Soru 2 · Permütasyon**D) 240**

İçerme–dışarma: tüm diziliş $6! = 720$

Bir çift yan yana: $3 \cdot 2 \cdot 5! = 720 \cdot$ iki çift: $3 \cdot 2^2 \cdot 4! = 288 \cdot$ üç çift: $2^3 \cdot 3! = 48$

$720 - 720 + 288 - 48 = 240$

Soru 3 · Tekrarlı Permütasyon**D) 700**

Önce 3 mavi ve 3 yeşil dizilir: $6!/(3! \cdot 3!) = 20$

Oluşan 7 boşluktan 3'üne siyahlar konur: $C(7, 3) = 35$

$20 \cdot 35 = 700$

Soru 4 · Kombinasyon**D) 69**

5'e bölünme $\Rightarrow C = 0$ veya 5.

$C = 0: 0 \leq B \leq A, A \geq 1 \Rightarrow \sum(A + 1) = 2 + 3 + \dots + 10 = 54$

$C = 5: 5 \leq B \leq A \leq 9 \Rightarrow 5$ rakamdan tekrarlı ikili seçim $C(6, 2) = 15 \Rightarrow$ toplam **69**

Soru 5 · Kombinasyon**A) 186**

6 yerli, 4 yabancı. 0 yabancı: $C(6,5) = 6$

1 yabancı: $C(4,1) \cdot C(6,4) = 60 \cdot 2$ yabancı: $C(4,2) \cdot C(6,3) = 120$

Toplam **186**

Soru 6 • Geometrik Kombinasyon

B) 37

10 doğru en çok $C(10, 2) = 45$ noktada kesişir.

4 paralel doğru kesişmez: $-C(4, 2) = -6 \cdot 3$ doğru tek noktadan geçer: 3 yerine 1 nokta $\Rightarrow -2$

$$45 - 6 - 2 = 37$$

Soru 7 • Binom

C) 3

Katsayılar $C(6, r) \cdot 3^{6-r} \cdot 5^r$; 3 ve 5 tek olduğundan tek/çiftlik $C(6, r)$ 'ye bağlı.

$C(6, r)$: 1, 6, 15, 20, 15, 6, 1 $\Rightarrow$ çift olanlar 6, 20, 6

3 terim

Soru 8 • Olasılık

A) 1/35

Her iki kız arasında bir erkek $\Rightarrow$ K E K E K E K düzeni zorunlu.

Uygun diziliş $4! \cdot 3! = 144$, tüm diziliş $7! = 5040$

$$P = 144/5040 = 1/35$$

Soru 9 • Olasılık

B) 4/9

$3 \times 3 \times 3$ küpte iki yüzü boyalı parçalar ayrıtların orta parçalarıdır: $12 \text{ ayrıt} \times 1 = 12$

$$P = 12/27 = 4/9$$

Soru 10 • Olasılık

B) $(12 - \pi)/12$

Üçgenin alanı $3 \cdot 4/2 = 6$. Köşelere 1 birimden yakın bölge: yarıçapı 1 olan üç daire dilimi.

Açıların toplamı $180^\circ \Rightarrow$ dilimlerin toplam alanı $\pi \cdot 1^2/2 = \pi/2$

$$P = (6 - \pi/2)/6 = (12 - \pi)/12$$

Bu kitapçığın etkileşimli hâli seni bekliyor

Formülleri ekranda renkli kartlarla gör, animasyonlarda kaydırıcıyla oyna, seçme soruları çözüp anında puanını öğren. Hepsi ücretsiz.



Matematik Merkezi

Telefonunun kamerasıyla QR kodu okut ya da adresi yaz.

erdalhoca.com/matematik-merkezi/

Bu kitapçıktaki konuların sayfaları

Permütasyon

erdalhoca.com/matematik-merkezi/permutasyon/

Tekrarlı Permütasyon

erdalhoca.com/matematik-merkezi/tekrarli-permutasyon/

Kombinasyon

erdalhoca.com/matematik-merkezi/kombinasyon/

Geometrik Kombinasyon

erdalhoca.com/matematik-merkezi/geometrik-kombinasyon/

Binom Açılımı

erdalhoca.com/matematik-merkezi/binom-acilimi/

Olasılık, Koşullu ve Deneysel Olasılık

erdalhoca.com/matematik-merkezi/olasilik-kosullu-ve-deneysel-olasilik/



Permütasyon



Tekrarlı
Permütasyon



Kombinasyon



Geometrik
Kombinasyon



Binom Açılımı



Olasılık, Koşullu ve
Deneysel Olasılık

Takıldığın bir soru mu var?

Birebir ya da online derste birlikte çözelim.

WhatsApp: 0543 843 08 43