

TYT MATEMATİK · DERGİ 7

Mantık, Kümeler, Kartezyen Çarpım ve İstatistik

Dergideki konuların tanım, kural ve formülleri sırasıyla, renkli kutularla bir arada. Ardından orta ve üst seviye öğrenciler için seçilmiş 10 soru, cevap anahtarı ve çözümler.

- 1 MANTIK (8 kart)
- 2 KÜMELER (7 kart)
- 3 KÜME PROBLEMLERİ (5 kart)
- 4 KARTEZYEN ÇARPIM (5 kart)
- 5 İSTATİSTİK (8 kart)
- 6 Seçme 10 Soru ve Çözümler

erdalhoca.com · Matematik Merkezi



Animasyon + test için
okut · erdalhoca.com

1 Önerme

Doğru (1) ya da yanlış (0) kesin hüküm bildiren ifade. Değili: p' ($p' \equiv 1 - p$)

Soru, ünlem ve kişiye göre değişen ifadeler önerme değildir.

2 Ve ($\wedge$) – Veya ($\vee$)

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
1	1	1	1
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	0

$\wedge$ yalnız ikisi doğruyken 1, $\vee$ yalnız ikisi yanlışken 0.

3 İse ($\Rightarrow$) – Ancak ve Ancak ($\Leftrightarrow$)

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	0	1	1

$p \Rightarrow q$ yalnız $1 \Rightarrow 0$ durumunda yanlıştır.

4 Temel Denklikler

$$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q \quad p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

$$(p \wedge q)' \equiv p' \vee q' \quad (p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$$

5 Özellikler

$$p \wedge 0 \equiv 0 \quad p \vee 1 \equiv 1 \quad p \wedge p' \equiv 0 \quad p \vee p' \equiv 1$$

Değişme, birleşme ve dağılma özellikleri $\wedge$ ve $\vee$ için geçerlidir.

6 Totoloji – Çelişki

Her durumda 1 olan önerme **totoloji**, her durumda 0 olan **çelişki**dir.

$(...)' \wedge p \equiv 1$ ise hem $p \equiv 1$ hem parantez içi $\equiv 0$ olmalıdır.

7 Karşıt, Ters, Karşıt Ters

Önerme	Adı
$p \Rightarrow q$	Koşullu
$q \Rightarrow p$	Karşıt
$p' \Rightarrow q'$	Ters
$q' \Rightarrow p'$	Karşıt ters ($\equiv p \Rightarrow q$)

8 Niceleyiciler

 $\forall$: her $\exists$: en az bir $(\forall x, p(x))' \equiv \exists x, p'(x)$

1 Küme ve Gösterim

Liste: $\{1, 2, 3\}$ · Ortak özellik: $\{x \mid x < 4, x \in \mathbb{N}^+\}$ · Venn şeması

Kümeye aynı eleman tekrar yazılmaz; sıra önemsizdir.

2 Alt Küme Sayısı

n elemanlı kümenin

alt küme sayısı 2^n

öz alt küme $2^n - 1$

r elemanlı alt küme $C(n, r)$

3 Belirli Elemanı İçeren

k belirli eleman bulunan, m belirli eleman bulunmayan alt kümeler: 2^{n-k-m}

4 Birleşim – Kesişim

$A \cup B$ en az birinde · $A \cap B$ ikisinde birden

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

5 Fark ve Tümleyen

$$A \setminus B = A \cap B'$$

$$s(A') = s(E) - s(A)$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

6 Alt Küme Özellikleri

$A \subset B$ ise

$$A \cap B = A$$

$$A \cup B = B$$

$$A \setminus B = \emptyset$$

7 Üç Küme

$$s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$$

1 Venn Şeması ile Çözüm

En içten (kesişimden) başlayarak dışa doğru bölgeler doldurulur.

"Yalnız A" ile "A" farklıdır: A, kesişimleri de içerir.

2 En Az – En Çok

$$s(A \cap B) \text{ en az} = s(A) + s(B) - s(E)$$

$$s(A \cap B) \text{ en çok} = \min(s(A), s(B))$$

3 Yüzdeli Küme Problemleri

Kesişim x seçilir: "A'dakilerin %40'ı B'de" $\Rightarrow$

$$0,4 \cdot s(A) = x$$

4 Ortak Elemanlı Kümeler

$$A \subset (A \cup B) \text{ ve } A \subset (A \cup C) \Rightarrow$$

$$A \subset (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

Örnek: 3'ün ve 4'ün katları $\rightarrow$ A yalnız 12'nin katlarından oluşabilir

5 "En Çok İki / En Az İki"

En az iki: tam 2 + tam 3 · **En çok iki:** 0 + 1 + 2 · **En çok bir:** 0 + 1

1 Sıralı İkili

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a = c \text{ ve } b = d$$

$(a, b) \neq (b, a)$ ($a \neq b$ ise).

2 Kartezyen Çarpım

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$$

$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B)$$

3 Özellikler

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$A \times B \neq B \times A \text{ (genel olarak)}$$

4 Grafik

$A \times B$ 'nin elemanları koordinat düzleminde noktalardır; aralık verilirse dikdörtgensel bölge oluşur.

Noktaları içeren en küçük çember, dikdörtgenin köşegeni çaplı çemberdir.

5 Alt Küme Sayısı

$A \times B$ 'nin $2^{s(A) \cdot s(B)}$ alt kümesi vardır.

1 Aritmetik Ortalama

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

2 Medyan (Ortanca)

Veriler sıralanır: n tek ise ortadaki, n çift ise ortadaki iki değerin ortalaması.

3 Mod (Tepe Değer)

En çok tekrar eden değer; birden fazla olabilir ya da hiç olmayabilir.

4 Açıklık

$$\text{Açıklık} = \text{En büyük} - \text{En küçük}$$

5 Çeyrekler Açıklığı

Sıralı veride alt yarının ortancası Q_1 , üst yarının ortancası Q_3 :

$$Q_3 - Q_1$$

6 Standart Sapma

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Standart sapma küçükse veriler ortalama etrafında toplanmıştır.

7 Veriye Sabit Ekleme / Çarpma

Her veriye k eklenirse ortalama, medyan k artar; açıklık ve standart sapma **değişmez**.
Her veri k ile çarpılırsa hepsi k katına çıkar.

8 Grafik Türleri

Sütun, çizgi, daire, histogram, kutu grafiği; kutu grafiği en küçük- Q_1 -medyan- Q_3 -en büyük değerleri gösterir.

1

Mantık

Orta

Güçlendirme Testi · s.34 · S5

x, y ve z gerçel sayılardır.

$$p: 2^{3x-1} > 128$$

$$q: 7^{y-2} < 343$$

$$r: 5^{z+1} > 125$$

$(r \Rightarrow q)^I \wedge p$ önermesi totoloji olduğuna göre

$3x + y + 2z$ toplamının alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 15

B) 18

C) 21

D) 24

E) 27

Çözüm alanı

2

Mantık

Üst

Güçlendirme Testi · s.32 · S8

İki basamaklı AB, BC ve CA doğal sayılarıyla ilgili olarak

p: AB sayısı 5 ile tam bölünmektedir.

q: BC sayısı 4 ile tam bölünmektedir.

r: CA sayısı 9 ile tam bölünmektedir.

önergeleri veriliyor.

$p \Leftrightarrow q$ önermesi doğru, $q \Rightarrow r^I$ önermesi yanlış olduğuna göre, $A.B.C$ çarpımı en fazla kaçtır?

A) 24

B) 40

C) 60

D) 70

E) 90

Çözüm alanı

3

Kümeler

Orta

Güçlendirme Testi · s.56 · S5

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

A kümesinin alt kümelerinden kaç tanesi B kümesinin bir alt kümesi değildir?

A) 8

B) 12

C) 18

D) 24

E) 32

Çözüm alanı

4

Kümeler

Orta

Güçlendirme Testi · s.56 · S7

A ve B ayrık olmayan iki kümedir.

A kümesinin 3, B kümesinin 4 elemanı $A \cap B$ kümesinin elemanı değildir.

Buna göre $(A \cup B)$ kümesinin 3 elemanlı alt küme sayısı en az kaç olabilir?

A) 10

B) 20

C) 35

D) 56

E) 84

Çözüm alanı

5

Küme Problemleri

Üst

Güçlendirme Testi · s.72 · S9

$$A \cup B = \{x \mid 12 \leq x < 150, x = 3k \text{ ve } k \in \mathbb{N}\}$$

$$A \cup C = \{y \mid 10 < y < 170, y = 4n \text{ ve } n \in \mathbb{N}\}$$

olduğuna göre A kümesinin eleman sayısı en çok kaç olur?

A) 10

B) 12

C) 14

D) 16

E) 18

Çözüm alanı

6

Küme Problemleri

Orta

Güçlendirme Testi · s.73 · S4

Bir sınıftaki öğrencilerin hepsi satranç ve masa tenisi kurslarından en az birine katılmıştır.

- Satranç kursuna katılanların %40 ı masa tenisi kursuna da katılmış,
- Masa tenisi kursuna katılanların % 60 ı satranç kursuna da katılmıştır.

Bu kursların yalnız birine katılanların sayısı 13 olduğuna göre, sınıf mevcudu kaçtır?

A) 18

B) 19

C) 20

D) 21

E) 23

Çözüm alanı

7

Kartezyen Çarpım

Orta

Güçlendirme Testi · s.91 · S1

$$A = \{-1, 0, 1\} \text{ ve } B = \{1, 2, 3, 4\}$$

kümeleri veriliyor.

A x B kartezyen çarpım kümesinin grafiğinde bu kümenin elemanlarını dışarıda bırakmayan en küçük çemberin yarıçapı kaç birimdir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) 2 E) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

Çözüm alanı

8

Kartezyen Çarpım

Orta

Güçlendirme Testi · s.91 · S6

$$s(A \times B) = 30 \text{ ve } s(B \times C) = 35$$

olduğuna göre $s(A \times B \times C)$ en az kaçtır?

- A) 120 B) 160 C) 210 D) 240 E) 420

Çözüm alanı

9

İstatistik

Üst

Güçlendirme Testi · s.112 · S7

m pozitif bir gerçel sayı olmak üzere

$m, m, 2m, 3m, 3m$

veri grubunun standart sapması 20 olduğuna göre, açıklığı ile aritmetik ortalamasının toplamı kaçtır?

A) 10

B) 20

C) 40

D) 60

E) 80

Çözüm alanı

10

İstatistik

Orta

Güçlendirme Testi · s.112 · S9

k pozitif bir tam sayıdır.

2, 3, $k+6$, 12, $k+16$, 21

veri grubunun açıklığı 23 olduğuna göre, aritmetik ortalaması kaçtır?

A) 11

B) 12

C) 13

D) 14

E) 15

Çözüm alanı

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	E	D	D	B	B	E	C	E	C

Soru 1 • Mantık**B) 18**

$(r \Rightarrow q)' \wedge p \equiv 1 \Rightarrow p \equiv 1$ ve $r \Rightarrow q \equiv 0 \Rightarrow r \equiv 1, q \equiv 0$

$p: 3x - 1 > 7 \Rightarrow 3x > 8 \cdot q$ yanlış: $y - 2 \geq 3 \Rightarrow y \geq 5 \cdot r: z + 1 > 3 \Rightarrow 2z > 4$

$3x + y + 2z > 17 \Rightarrow$ en küçük tam sayı **18**

Soru 2 • Mantık**E) 90**

$q \Rightarrow r'$ yanlış $\Rightarrow q \equiv 1, r \equiv 1 \cdot p \Leftrightarrow q$ doğru $\Rightarrow p \equiv 1$

AB, 5'e bölünür ve BC iki basamaklı $\Rightarrow B = 5 \cdot 5C$, 4'e bölünür $\Rightarrow C \in \{2, 6\}$

CA, 9'a bölünür: $C = 2 \Rightarrow A = 7$ (çarpım 70), $C = 6 \Rightarrow A = 3$ (çarpım 90) $\Rightarrow$ en fazla **90**

Soru 3 • Kümeler**D) 24**

A'nın alt küme sayısı $2^5 = 32$

B'nin de alt kümesi olanlar $A \cap B = \{3, 4, 5\}$ kümesinin alt kümeleri: $2^3 = 8$

$32 - 8 = \mathbf{24}$

Soru 4 • Kümeler**D) 56**

$s(A \setminus B) = 3, s(B \setminus A) = 4$, ayrık olmadıklarından $s(A \cap B) \geq 1$

$s(A \cup B)$ en az 8 $\Rightarrow$ 3 elemanlı alt küme sayısı en az $C(8, 3) = \mathbf{56}$

Soru 5 • Küme Problemleri**B) 12**

A, hem $A \cup B$ 'nin ($12 \leq x < 150$, 3'ün katı) hem $A \cup C$ 'nin ($10 < y < 170$, 4'ün katı) alt kümesidir.

$\Rightarrow$ A'nın elemanları 12'nin katı ve $12 \leq x < 150$: 12, 24, ..., 144

En çok **12** eleman

Soru 6 · Küme Problemleri

B) 19

İkisine birden katılan x: $0,4 \cdot S = x \Rightarrow S = 2,5x$ $0,6 \cdot M = x \Rightarrow M = 5x/3$
 Yalnız birine: $(S - x) + (M - x) = 1,5x + 2x/3 = 13x/6 = 13 \Rightarrow x = 6$
 Mevcut = $15 + 10 - 6 = 19$

Soru 7 · Kartezyen Çarpım

E) $\sqrt{13} / 2$

$A \times B$ noktaları $-1 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 4$ dikdörtgeninin köşelerini içerir (2×3).
 En küçük çember köşegeni çap kabul eden çemberdir: köşegen $\sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$
 $r = \sqrt{13} / 2$

Soru 8 · Kartezyen Çarpım

C) 210

$s(A) \cdot s(B) = 30, s(B) \cdot s(C) = 35 \Rightarrow s(B), \text{EBOB}(30, 35) = 5$ 'in böleni: 1 veya 5
 $s(A \times B \times C) = 30 \cdot 35 / s(B) \Rightarrow$ en az $s(B) = 5$ iken **210**

Soru 9 · İstatistik

E) 80

Ortalama $(m + m + 2m + 3m + 3m)/5 = 2m$ · sapmalar $-m, -m, 0, m, m$
 $s = \sqrt{4m^2 / (5 - 1)} = m = 20$
 Açıklık $3m - m = 40$, ortalama 40 $\Rightarrow$ toplam **80**

Soru 10 · İstatistik

C) 13

En küçük değer 2. $k \leq 5$ olsaydı en büyük 21, açıklık 19 olurdu $\Rightarrow$ en büyük $k + 16$
 $k + 16 - 2 = 23 \Rightarrow k = 9 \Rightarrow$ veriler 2, 3, 15, 12, 25, 21
 Ortalama $78 / 6 = 13$

Bu kitapçığın **etkileşimli** hâli seni bekliyor

Formülleri ekranda renkli kartlarla gör, animasyonlarda kaydırıcıyla oyna, seçme soruları çözüp anında puanını öğren. Hepsi ücretsiz.



Matematik Merkezi

Telefonunun kamerasıyla QR kodu okut ya da adresi yaz.

erdalhoca.com/matematik-merkezi/

Bu kitapçıktaki konuların sayfaları

Mantık

erdalhoca.com/matematik-merkezi/mantik/

Kümeler

erdalhoca.com/matematik-merkezi/kumeler/

Küme Problemleri

erdalhoca.com/matematik-merkezi/kume-problemleri/

Kartezyen Çarpım

erdalhoca.com/matematik-merkezi/kartezyen-carpim/

İstatistik

erdalhoca.com/matematik-merkezi/istatistik/



Mantık



Kümeler



Küme Problemleri



Kartezyen Çarpım



İstatistik

Takıldığın bir soru mu var?

Birebir ya da online derste birlikte çözelim.

WhatsApp: 0543 843 08 43