

TYT MATEMATİK · DERGİ 3

Denklemler, Eşitsizlikler ve Mutlak Değer

Dergideki konuların tanım, kural ve formülleri sırasıyla, renkli kutularla bir arada. Ardından orta ve üst seviye öğrenciler için seçilmiş 10 soru, cevap anahtarı ve çözümler.

- 1 BİRİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER (8 kart)
- 2 BASİT EŞİTSİZLİKLER (8 kart)
- 3 MUTLAK DEĞER (8 kart)
- 4 MUTLAK DEĞERLİ DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER (9 kart)
- 5 Seçme 10 Soru ve Çözümler

erdalhoca.com · Matematik Merkezi



Animasyon + test için
okut · erdalhoca.com

1 Birinci Dereceden Denklem

$$ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

(a ≠ 0)

Bilinmeyen en büyük kuvveti 1'dir; tek bir kökü vardır.

2 Çözüm Kümesi Durumları

$ax + b = 0$	Çözüm
$a \neq 0$	tek çözüm
$a = 0, b \neq 0$	$\emptyset$
$a = 0, b = 0$	$\mathbb{R}$ (sonsuz)

3 Denklem Çözme İlkeleri

Eşitliğin iki tarafına aynı sayı eklenir/çıkarılır, iki taraf sıfırdan farklı aynı sayıyla çarpılır/bölünür.

Paydalı denklemlerde paydalar EKOK'ta eşitlenir; paydayı sıfır yapan değer kök olamaz.

4 İki Bilinmeyenli Sistemler

Yok etme: denklemler uygun sayılarla çarpılıp taraf tarafa toplanır.**Yerine koyma:** bir bilinmeyen çekilip diğerinde yazılır.

5 Sistemin Çözüm Sayısı

$$ax + by = c, dx + ey = f \text{ için}$$

$$\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e} \rightarrow \text{tek çözüm}$$

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f} \rightarrow \emptyset$$

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} \rightarrow \text{sonsuz}$$

6 Üç Bilinmeyenli Sistemler

İstenen ifade, denklemlerin uygun katlarının toplamı/farkı olarak yazılır; çoğu zaman tek tek bilinmeyenleri bulmaya gerek kalmaz.

Örnek: Denklemler toplanıp 3'e bölünürse $x + y + z$ bulunur.

7 Simetrik Denklemler

 $x = yz + 4, y = xz + 4$ gibi denklemler **taraf tarafa çıkarılır**; $x \neq y$ ise ortak çarpana bölünür.**Örnek:** $x - y = z(y - x) \Rightarrow z = -1$

8 Kesirli İfadeyi Parçalamak

$$\frac{x + 13}{x + 11} = 1 + \frac{2}{x + 11}$$

Pay ve payda arasındaki fark sabitse kesir "1 + ..." biçiminde yazılır.

1 Eşitsizlik Sembolleri

 $<, >, \leq, \geq$

Aralık	Anlamı
(a, b)	$a < x < b$
$[a, b]$	$a \leq x \leq b$
$[a, b)$	$a \leq x < b$

2 Temel Özellikler

İki tarafa aynı sayı eklenirse yön değişmez.

Negatif sayıyla çarpılır/bölünürse yön değişir

Örnek: $-2x < 6 \Rightarrow x > -3$

3 Taraf Tarafa Toplama

Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa **toplanabilir**, çıkarılamaz.

a - b için: b'nin aralığı -1 ile çarpılıp a ile toplanır.

4 Çarpma ve Kare Alma

Çarpımda uç değerlerin **dört çarpımı** bulunur; en küçüğü ve en büyüğü alınır.Kare alırken aralık 0'ı içeriyorsa en küçük değer **0** olur.Örnek: $-3 < x < 2 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 9$

5 Ters Çevirme

a ve b aynı işaretli iken

$$a < x < b \Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{x} < \frac{1}{a}$$

Aralık 0'ı içeriyorsa ters çevrilerek tek aralık yazılamaz.

6 Tam Kareye Tamamlama

$$a^2 + 2a = (a + 1)^2 - 1$$

$$b^2 - 4b = (b - 2)^2 - 4$$

İkinci dereceden ifadelerin aralığı tam kareye tamamlanarak bulunur.

7 Tek ve Çift Kuvvetler

$$x^3 < 27 \Leftrightarrow x < 3 \quad (\text{tek kuvvet yönü korur})$$

$$x^2 < 16 \Leftrightarrow -4 < x < 4$$

8 Doğrusal Eşitsizlik Sistemi

Her eşitsizliğin doğrusu çizilir, sağlayan bölge taranır; ortak bölge çözüm kümesidir.

Bölgenin köşeleri doğruların kesim noktalarıdır; alan bu köşelerle hesaplanır.

1 Mutlak Değer Tanımı

$$|x| = x \ (x \geq 0) ; -x \ (x < 0)$$

$|x| \geq 0$ bir sayının sayı doğrusunda 0'a uzaklığıdır.

2 Uzaklık Anlamı

$$|a - b| = a \text{ ile } b \text{ arasındaki uzaklık}$$

Örnek: $|x - 3| = 5 \rightarrow 3$ 'e uzaklığı 5 olan noktalar: **-2 ve 8**

3 Temel Özellikler

$$|-x| = |x|$$

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$

$$|x/y| = |x|/|y|$$

$$|x^n| = |x|^n$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

4 Üçgen Eşitsizliği

$$|x + y| \leq |x| + |y|$$

$$|x| - |y| \leq |x - y|$$

5 İçini Açma

İçin işareti bilinmiyorsa önce içi sıfır yapan değer (kritik nokta) bulunur, sonra aralıklara ayrılır.

Örnek: $x < 2$ ise $|x - 2| = 2 - x$

6 Toplamın En Küçük Değeri

$$|x - a_1| + \dots + |x - a_n| \text{ ifadesi } x \text{ ortanca}$$

değer olduğunda en küçüktür.

Örnek: $|x - 1| + |x - 5|$ en küçük 4 ($1 \leq x \leq 5$)

7 Farkın Değer Aralığı

$$|x - a| - |x - b| \text{ ifadesi } [-|a - b|, |a - b|] \text{ aralığındaki tüm değerleri alır.}$$

8 $|x| + |y| \leq k$

Koordinat düzleminde köşeleri $(\pm k, 0)$, $(0, \pm k)$ olan

kare bölge; alanı $2k^2$

1 $|f(x)| = a$

$$a > 0 \Rightarrow f(x) = a \vee f(x) = -a$$

$$a = 0 \Rightarrow f(x) = 0$$

$$a < 0 \Rightarrow \emptyset$$

2 $|f(x)| = |g(x)|$

$$f(x) = g(x) \vee f(x) = -g(x)$$

İki durum ayrı ayrı çözülüp birleştirilir.

3 $|f(x)| = g(x)$

Önce $g(x) \geq 0$ şartı yazılır, sonra iki durum çözülür ve bulunan kökler şarta göre kontrol edilir.

4 İç İç Mutlak Değer

Dıştan içe açılır:

$$||x + 2| - m| = 6 \Rightarrow |x + 2| = m \pm 6$$

Üç kök için durumlardan biri $|\dots| = 0$ olmalıdır.

5 $|f(x)| < a \ (a > 0)$

$$-a < f(x) < a$$

Örnek: $|x - 3| < 2 \Rightarrow 1 < x < 5$

6 $|f(x)| > a \ (a > 0)$

$$f(x) < -a \vee f(x) > a$$

Örnek: $|x - 3| > 2 \Rightarrow x < 1 \vee x > 5$

7 $a < |f(x)| < b$

$$a < f(x) < b \vee -b < f(x) < -a$$

Sayı doğrusunda iki ayrı aralık oluşur.

8 Aralık $\rightarrow$ Mutlak Değer

$$m < x < n \Leftrightarrow \left| x - \frac{m+n}{2} \right| < \frac{n-m}{2}$$

Örnek: 36,5 °C'den en çok 2 sapma: $|t - 36,5| \leq 2$

9 Kritik Noktalı Denklemler

Birden çok mutlak değer varsa kritik noktalar sayı doğrusuna yerleştirilir ve her aralıkta ifade açılarak çözülür.

1

Denklemler

Orta

Güçlendirme Testi · s.23 · S2

x, y ve z gerçel sayılar olmak üzere

$$x + y + z = 12$$

$$3x + 2y + z = 20$$

$$2x + y + 4z = 16$$

olduğuna göre, $x - 4z + y$ kaçtır?

A) 2

B) 4

C) 6

D) 8

E) 10

Çözüm alanı

2

Denklemler

Üst

Güçlendirme Testi · s.26 · S5

x, y ve z gerçel sayılardır.

$x \neq y$ olmak üzere,

$$x = y \cdot z + 4$$

$$y = x \cdot z + 4$$

olduğuna göre, $x^2 + z^2 + y^2 + 2xy$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 9

B) 11

C) 13

D) 17

E) 19

Çözüm alanı

3

Denklemler

Üst

Güçlendirme Testi · s.26 · S8

x ve y gerçel sayılardır.

$$\frac{x + 13}{x + 11} + \frac{y + 15}{y + 13} = 8$$

olduğuna göre, $\frac{x + 10}{x + 11} + \frac{y + 12}{y + 13}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -2

B) -1

C) 1

D) 2

E) 3

Çözüm alanı

4

Eşitsizlikler

Orta

Güçlendirme Testi · s.47 · S2

$$0 \leq m^2 < 16 \text{ ve } -8 < n^3 < 27$$

olduğuna göre, $3m + 2n$ toplamının alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) -10

B) -12

C) -13

D) -14

E) -15

Çözüm alanı

5

Eşitsizlikler

Üst

Güçlendirme Testi · s.48 · S8

a ve b birer gerçel sayı olmak üzere

$$-4 < a \leq 2$$

$$-1 \leq b \leq 1$$

veriliyor.

$$K = a^2 + b^2 + 2a - 4b$$

olduğuna göre K gerçel sayısının alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 8

B) 12

C) 15

D) 17

E) 18

Çözüm alanı

6

Mutlak Değer

Orta

Güçlendirme Testi · s.68 · S7

$$|x| + |x - 1| + |x - 2| + \dots + |x - 19|$$

toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 20

B) 45

C) 55

D) 100

E) 190

Çözüm alanı

7

Mutlak Değer

Üst

Güçlendirme Testi · s.68 · S8

$$f(x) = |x + 2| - |x - 10|$$

fonksiyonunun grafiği ile x ve y eksenleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 8

B) 16

C) 24

D) 32

E) 36

Çözüm alanı

8

Mutlak Değer

Üst

Güçlendirme Testi · s.68 · S10

x, y ve z gerçel sayıları için,

$$|x - 4| + |y + 3| + |z + 1| = 7$$

olduğuna göre, $|x + y + z|$ ifadesinin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 6

B) 7

C) 8

D) 9

E) 10

Çözüm alanı

9

Mutlak Değerli Denklem

Orta

Güçlendirme Testi · s.85 · S1

m sabit bir gerçel sayı olmak üzere,

$$||x + 2| - m| = 6$$

denkleminin üç farklı gerçel kökü olduğuna göre, bu köklerin toplamı kaçtır?

A) 6

B) 3

C) 0

D) -3

E) -6

Çözüm alanı

10

Mutlak Değerli Denklem

Üst

Güçlendirme Testi · s.85 · S6

$$|x + 2021| + |x + 2022| + |x + 2023| = |x + 2024|$$

denklemini sağlayan x tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) -2021

B) -2023

C) -4043

D) -4044

E) -6066

Çözüm alanı

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	B	E	E	D	B	C	E	C

Soru 1 · Denklemler**A) 2**

2. denklemden 1. denklemler çıkarılırsa $2x + y = 8$
 3. denklemden yerine: $8 + 4z = 16 \Rightarrow z = 2 \Rightarrow x + y = 10$
 $x - 4z + y = 10 - 8 = 2$

Soru 2 · Denklemler**D) 17**

Taraf tarafa çıkar: $x - y = z(y - x) \Rightarrow (x - y)(1 + z) = 0, x \neq y \Rightarrow z = -1$
 $x = -y + 4 \Rightarrow x + y = 4$
 $x^2 + 2xy + y^2 + z^2 = (x + y)^2 + z^2 = 16 + 1 = 17$

Soru 3 · Denklemler**B) -1**

$(x+13)/(x+11) = 1 + 2/(x+11), (y+15)/(y+13) = 1 + 2/(y+13)$
 $2 + 2(1/(x+11) + 1/(y+13)) = 8 \Rightarrow 1/(x+11) + 1/(y+13) = 3$
 İstenen: $1 - 1/(x+11) + 1 - 1/(y+13) = 2 - 3 = -1$

Soru 4 · Eşitsizlikler**E) -15**

$m^2 < 16 \Rightarrow -4 < m < 4 \Rightarrow -12 < 3m < 12$
 n^3 tek kuvvet: $-2 < n < 3 \Rightarrow -4 < 2n < 6$
 Toplam: $-16 < 3m + 2n < 18 \Rightarrow$ en küçük tam sayı **-15**

Soru 5 · Eşitsizlikler**E) 18**

$K = (a + 1)^2 + (b - 2)^2 - 5$
 $-3 < a + 1 \leq 3 \Rightarrow 0 \leq (a + 1)^2 \leq 9 \cdot -3 \leq b - 2 \leq -1 \Rightarrow 1 \leq (b - 2)^2 \leq 9$
 $-4 \leq K \leq 13 \Rightarrow 13 - (-4) + 1 = 18$ tam sayı

Soru 6 · Mutlak Değer

D) 100

0, 1, ..., 19 noktalarına uzaklıklar toplamı; 20 nokta var, ortanca 9 ile 10 arası.
 $x = 9: (9 + 8 + \dots + 0) + (1 + 2 + \dots + 10) = 45 + 55 = 100$

Soru 7 · Mutlak Değer

B) 16

$-2 \leq x \leq 10$ için $f(x) = (x + 2) - (10 - x) = 2x - 8$
 $f(0) = -8$, kök $x = 4 \Rightarrow$ bölge köşeleri $(0, 0)$, $(4, 0)$, $(0, -8)$ olan dik üçgen
Alan $= 4 \cdot 8 / 2 = 16$

Soru 8 · Mutlak Değer

C) 8

$u = x - 4$, $v = y + 3$, $w = z + 1 \Rightarrow |u| + |v| + |w| = 7$ ve $x + y + z = u + v + w$
 $-7 \leq u + v + w \leq 7$ ve aradaki her değer alınır $\Rightarrow |x + y + z| \in [0, 7]$
 $0, 1, \dots, 7 \Rightarrow 8$ tam sayı

Soru 9 · Mutlak Değerli Denklem

E) -6

$|x + 2| = m + 6$ veya $|x + 2| = m - 6$
Üç kök için biri 0 olmalı: $m = 6 \Rightarrow |x + 2| = 12$ veya $|x + 2| = 0$
Kökler 10, -14, -2 $\Rightarrow$ toplam -6

Soru 10 · Mutlak Değerli Denklem

C) -4043

$t = x + 2022: |t + 1| + |t| + |t - 1| = |t + 2|$
 $t = 0: 1 + 0 + 1 = 2 \checkmark \cdot t = 1: 2 + 1 + 0 = 3 \checkmark \cdot t = -1: 3 \neq 1 \cdot |t| \geq 2$ için sol taraf daha büyük
 $x = -2022$ ve $-2021 \Rightarrow$ toplam -4043

Bu kitapçığın **etkileşimli** hâli seni bekliyor

Formülleri ekranda renkli kartlarla gör, animasyonlarda kaydırıcıyla oyna, seçme soruları çözüp anında puanını öğren. Hepsi ücretsiz.



Matematik Merkezi

Telefonunun kamerasıyla QR kodu okut ya da adresi yaz.

erdalhoca.com/matematik-merkezi/

Bu kitapçıktaki konuların sayfaları

Birinci Dereceden Denklemler

erdalhoca.com/matematik-merkezi/birinci-dereceden-denklemler/

Basit Eşitsizlikler

erdalhoca.com/matematik-merkezi/basit-esitsizlikler/

Mutlak Değer

erdalhoca.com/matematik-merkezi/mutlak-deger/

Mutlak Değerli Denklem ve Eşitsizlikler

erdalhoca.com/matematik-merkezi/mutlak-degerli-denklemler-ve-esitsizlikler/



Birinci Dereceden
Denklemler



Basit Eşitsizlikler



Mutlak Değer



Mutlak Değerli
Denklem ve
Eşitsizlikler

Takıldığın bir soru mu var?

Birebir ya da online derste birlikte çözelim.

WhatsApp: 0543 843 08 43