

TYT MATEMATİK · DERGİ 2

Bölme, Bölünebilme, EBOB – EKOK ve Rasyonel Sayılar

Dergideki konuların tanım, kural ve formülleri sırasıyla, renkli kutularla bir arada. Ardından orta ve üst seviye öğrenciler için seçilmiş 10 soru, cevap anahtarı ve çözümler.

- 1 BÖLME (7 kart)
- 2 BÖLÜNEBİLME KURALLARI (8 kart)
- 3 ASAL ÇARPANLARA AYIRMA (9 kart)
- 4 EBOB – EKOK (8 kart)
- 5 PERİYODİK PROBLEMLER (6 kart)
- 6 RASYONEL SAYILAR (9 kart)
- 7 ONDALIKLI SAYILAR VE SIRALAMA (7 kart)
- 8 Seçme 10 Soru ve Çözümler

erdalhoca.com · Matematik Merkezi



Animasyon + test için
[okut · erdalhoca.com](http://okut.erdalhoca.com)

1 Bölme İşlemi

$$A = B \cdot C + K$$

A: bölünen, B: bölen, C: bölüm, K: kalan

$$0 \leq K < B$$

K = 0 ise A sayısı B'ye tam bölünür. Kalan, bölenden daima küçüktür.

2 En Büyük / En Küçük Kalan

B ile bölmede kalan en çok $B - 1$ olur.

Bölen ve bölüm yer değiştirebiliyorsa kalan ikisinden de küçük olmalı.

Örnek: $A = 7C + K \rightarrow A$ en büyük olsun dersek $K = 6$ alınır.

3 Kalanlarla İşlem

Toplam, fark ve çarpımın kalanı = kalanların toplam, fark, çarpımının kalanı

$$(a \cdot b) \bmod n = (a \bmod n) \cdot (b \bmod n) \bmod n$$

Negatif kalan çıkarsa bölen eklenir: $-3 \pmod{17} \equiv 14$.

4 Kalanı Negatif Düşünmek

x'in 17 ile bölümünden kalan 15 ise

$x \equiv -2 \pmod{17}$ yazmak hesabı kısaltır.

Örnek: $5x^3 - 2x^2 + x + 11 \rightarrow 5(-8) - 2 \cdot 4 - 2 + 11 = -39 \equiv 12$

5 Ardışık Bölme

A sayısı B'ye, bölüm C'ye bölündüğünde kalanlar K_1, K_2 ise:

$$A = B \cdot (C \cdot D + K_2) + K_1$$

İç içe bölmelerde içten dışa doğru eşitlik yazılır.

6 Bölenin Katı ile Bölme

Bir sayının $k \cdot a$ ile bölümünden kalan biliniyorsa a ile bölümünden kalan bu kalandan bulunur; tersi bulunamaz.

Örnek: $b \bmod a^2 = 24$ ise $b \bmod a = 24 \bmod a$

7 Üslü Sayıların Kalanı

a^n 'nin kalanı için önce kalanı 1 veya -1 yapan kuvvet bulunur.

Örnek: $2^{100} \bmod 7: 2^3 \equiv 1 \rightarrow 2^{99} \cdot 2 \equiv 2$

1 2 ve 5 ile Bölünebilme

2: birler basamağı çift. **5:** birler basamağı 0 veya 5.

Kalan, birler basamağının 2'ye / 5'e bölümünden kalandır.

2 3 ve 9 ile Bölünebilme

Rakamlar toplamı 3'e (9'a) bölünmeli.

Kalan = rakamlar toplamının 3 (9) ile bölümünden kalan.

3 4 ve 8 ile Bölünebilme

4: son iki basamak 4'e bölünmeli (veya 00).

8: son üç basamak 8'e bölünmeli.

4 10 ile Bölünebilme

Birler basamağı 0 olmalı; kalan birler basamağındaki rakamdır.

5 11 ile Bölünebilme

Sağdan sola rakamlar $+ - + - \dots$ işaretlenip toplanır; sonuç 11'in katı olmalı.

$$abcd \rightarrow (d - c + b - a)$$

ABCD'nin kalanı 5 ise ters sayı DCBA'nın kalanı $-5 \equiv 6$ olur.

6 Bileşik Sayılarla Bölünebilme

Aralarında asal çarpanların her birine bölünmeli:

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$12 = 3 \cdot 4$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$36 = 4 \cdot 9$$

$$45 = 5 \cdot 9$$

12 için 2·6 alınamaz; çarpanlar aralarında asal olmalıdır.

7 7 ve 13 ile Bölünebilme

$$1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13 \rightarrow \text{abcabc sayıları 7, 11 ve 13'e tam bölünür.}$$

8 Ortak Kalan

A sayısı a, b, c ile bölündüğünde hep k kalanını veriyorsa

$$A = \text{EKOK}(a, b, c) \cdot t + k$$

1 Asal Çarpanlara Ayırma

$$A = a^x \cdot b^y \cdot c^z$$

(a, b, c farklı asal sayılar)

Örnek: $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

2 Pozitif Bölen Sayısı

$$(x + 1)(y + 1)(z + 1)$$

Örnek: $360 \rightarrow 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ pozitif bölen

3 Tam Sayı Bölenleri

Negatif bölen sayısı = pozitif bölen sayısı

$$\text{Tam sayı bölen sayısı} = 2 \cdot (x+1)(y+1)(z+1)$$

Tüm tam sayı bölenlerinin toplamı 0'dır.

4 Asal Olmayan Bölenler

Asal olmayan pozitif bölen = toplam – asal bölen sayısı

1 asal değildir; asal olmayan bölenlerin içinde sayılır.

5 Bölenlerin Toplamı

$$(1 + a + \dots + a^x)(1 + b + \dots + b^y) \dots$$

Örnek: $12 = 2^2 \cdot 3 \rightarrow (1+2+4)(1+3) = 28$

6 Tam Kare / Küp Bölenler

Her üs çift seçilir: $A = 2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^4 \rightarrow (4+1)(1+1)(2+1) = 30$ tam kare bölen

Tam küp bölende üsler 0, 3, 6, ... seçilir.

7 Bölenlerin Çarpımı

$$A^{d/2} \quad (d: \text{pozitif bölen sayısı})$$

Bölen sayısı tek ise sayı tam karedir.

8 Tek / Çift Bölenler

$A = 2^n \cdot B$ (B tek) ise tek bölen sayısı = B'nin bölen sayısı;

çift bölen = toplam – tek bölen

9 3 Böleni Olan Sayılar

Pozitif bölen sayısı 3 ise sayı bir asalın karesidir:

$$n = p^2$$

Bölen sayısı asal p ise sayı p^{p-1} biçimindedir.

1 EBOB

İki veya daha fazla sayıyı birlikte bölen **en büyük** sayı. Ortak asal çarpanların **en küçük** üslüleri çarpılır.

Örnek: $EBOB(72, 120) = 2^3 \cdot 3 = 24$

2 EKOK

Sayıların ortak katlarının **en küçükü**. Bütün asal çarpanların **en büyük** üslüleri çarpılır.

Örnek: $EKOK(72, 120) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$

3 EBOB · EKOK

$$EBOB(a, b) \cdot EKOK(a, b) = a \cdot b$$

Sadece iki sayı için geçerlidir.

4 Aralarında Asal Sayılar

$$EBOB(a, b) = 1 \Rightarrow EKOK(a, b) = a \cdot b$$

$EBOB = d$ ise $a = d \cdot x, b = d \cdot y$ (x, y aralarında asal)

5 Temel Özellikler

$$EBOB \leq a, b \leq EKOK$$

$$EBOB(x, x+1) = 1$$

$$EBOB(ka, kb) = k \cdot EBOB(a, b)$$

$EBOB = EKOK$ eşitliği ancak sayılar eşitse sağlanır.

6 Kesirlerde EBOB – EKOK

$$EBOB = \frac{EBOB(\text{paylar})}{EKOK(\text{paydalar})}$$

$$EKOK = \frac{EKOK(\text{paylar})}{EBOB(\text{paydalar})}$$

7 EBOB Problemleri

"En az sayıda eş parça, en büyük kare, eşit aralıklarla ağaç" → **EBOB**

Örnek: 80×90 mukavva en büyük eş kare: kenar $EBOB = 10$, adet $8 \cdot 9 = 72$

8 EKOK Problemleri

"İlk kez birlikte, en küçük kare, her seferinde aynı kalan" → **EKOK**

3'e, 4'e, 5'e bölününce sırayla 2, 3, 4 kalanı veren sayı: $EKOK \cdot k - 1$

1 Periyodik Olaylar

Belirli aralıklarla tekrar eden olaylarda **periyot** bulunur; istenen sıra periyoda bölünür, **kalan** konuma bakılır.

Kalan 0 ise periyodun son elemanı alınır.

2 Haftanın Günleri

Periyot **7** gün. Bugünden n gün sonrası $\rightarrow n \bmod 7$ kadar ileri.

Örnek: Pazartesten 72 gün sonra: $72 = 7 \cdot 10 + 2 \rightarrow$

Çarşamba

3 Saat ve Aylar

Saat: 12 / 24

Yıl: 12 ay

Normal yıl 365 gün = 52 hafta + 1 gün; artık yıl 366 gün.

4 Harf / Nesne Dizileri

TATAR... gibi dizilerde bir periyotta hangi harften kaç tane olduğu sayılır.

Örnek: TATAR: bir periyotta 2 A, 1 R $\rightarrow 35$. A için 17 tam periyot + 1 A

5 Birler Basamağı Döngüsü

Taban	Döngü	Periyot
2	2,4,8,6	4
3	3,9,7,1	4
4	4,6	2
7	7,9,3,1	4
8	8,4,2,6	4
9	9,1	2

0, 1, 5, 6 ile biten sayıların her kuvveti aynı rakamla biter.

6 Çalışma – İzin Döngüleri

"a gün çalış, b gün izin" $\rightarrow$ periyot **a + b**. İki farklı döngü ilk kez **EKOK** kadar gün sonra çakışır.

1 Rasyonel Sayı

$$\frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$$

Pay ve payda aynı sayıyla çarpılır/bölünürse değer değişmez.

2 Kesir Çeşitleri

Basit: $|pay| < |payda|$ **Bileşik:** $|pay| \geq |payda|$

Tam sayılı: $a \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}$

3 Toplama – Çıkarma

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

Paydalar EKOK'ta eşitlenir.

4 Çarpma – Bölme

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

5 Sıralama

Paylar eşitse paydası küçük olan büyüktür; paydalar eşitse payı büyük olan büyüktür.

Pay ile payda arasındaki fark sabitse: basit kesirlerde sayılar büyüdükçe kesir büyür ($1/2 < 2/3 < 3/4$).

6 Merdiven (Zincir) Kesirler

En alttan başlanarak yukarı doğru sadeleştirilir.

Örnek: $1 + 1/(1 + 1/2) = 1 + 2/3 = 5/3$

7 Teleskopik Toplam

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

Örnek: $1/(1 \cdot 2) + \dots + 1/(9 \cdot 10) = 1 - 1/10 = 9/10$

8 Teleskopik Çarpım

$$(1 - \frac{1}{k^2}) = \frac{k-1}{k} \cdot \frac{k+1}{k}$$

Örnek: $(1 - 1/4) \dots (1 - 1/144) = (1/12) \cdot (13/2) = 13/24$

9 Mısır Kesirleri

$$1/a + 1/b + 1/c = 1 \text{ denkleminin pozitif tam}$$

sayı çözümleri:

$$(3, 3, 3) \cdot (2, 4, 4) \cdot (2, 3, 6)$$

1 Ondalık Gösterim

Paydası 10'un kuvveti olan kesirler:

$$0,57 = \frac{57}{100}$$

Virgülden sonra kaç basamak varsa paydada o kadar sıfır olur.

2 Ondalık Sayılarla İşlem

Toplama/çıkarma: virgüller alt alta. **Çarpma:** virgülden sonraki basamaklar toplanır.

Bölme: virgülden kurtulmak için pay ve payda 10^n ile çarpılır.

3 Devirli Ondalık Sayılar

$$0,\overline{ab} = \frac{ab}{99} \quad 0,a\overline{b} = \frac{ab - a}{90}$$

$$\text{Sayı} = \frac{\text{Tüm sayı} - \text{Devretmeyen kısım}}{\text{Devreden kadar 9, devretmeyen kadar 0}}$$

4 $0,\overline{9} = 1$

$$0,\overline{9} = \frac{9}{9} = 1 \quad 2,4\overline{9} = 2,5$$

5 Sonlu mu Devirli mi?

Sadeleşmiş kesrin paydasında **yalnız 2 ve 5** çarpanı varsa ondalık açılım sonludur; başka asal çarpan varsa **devirlidir**.

6 Sıralama

Ondalık sayılarda basamak sayısı eşitlenip karşılaştırılır; devirli sayılar birkaç basamak açılarak yazılır.

Örnek: $0,\overline{3} = 0,333... > 0,33$

7 Sayı Doğrusu

$$0 < x < 1 \text{ için } x^2 < x < \sqrt{x} < 1/x$$

1

Bölme

Orta

Güçlendirme Testi · s.19 · S1

n pozitif tam sayı ve $n < 30$ olmak üzere,

$$1 + 2 + 3 + \dots + n$$

toplamının 13' e tam bölünebilmesini sağlayan n değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 68

B) 72

C) 76

D) 80

E) 84

Çözüm alanı

2

Bölme

Üst

Güçlendirme Testi · s.22 · S5

a ve b birer pozitif tam sayı olmak üzere, b sayısının a ile bölümünden kalan 3, b sayısının a^2 ile bölümünden kalan 24 tür.

Buna göre, a sayısının alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) 7

B) 21

C) 28

D) 31

E) 32

Çözüm alanı

3

Bölünebilme

Orta

Güçlendirme Testi · s.44 · S7

ABCD dört basamaklı sayısının 11 ile bölümünden kalan 5 olduğuna göre, DCBA dört basamaklı sayısının 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

E) 9

Çözüm alanı

4

Bölünebilme

Orta

Güçlendirme Testi · s.44 · S11

5 ile bölündüğünde 4 kalanını veren ve 11 ile tam bölünebilen dört basamaklı en küçük doğal sayının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 0

B) 2

C) 3

D) 6

E) 8

Çözüm alanı

5

Asal Çarpanlar

Orta

Güçlendirme Testi · s.63 · S1

1440000 sayısının pozitif tam sayı bölenlerinden kaç tanesi tam karedir?

A) 20

B) 24

C) 28

D) 30

E) 32

Çözüm alanı

6

Asal Çarpanlar

Üst

Güçlendirme Testi · s.65 · S1

Üç basamaklı abc doğal sayısı ile 1001 sayısı aralarında asaldır.

abc sayısının 27 tane pozitif tam sayı böleni olduğuna göre, altı basamaklı $abcabc$ sayısının kaç tane pozitif tamsayı böleni vardır?

A) 72

B) 84

C) 96

D) 144

E) 216

Çözüm alanı

7

EBOB-EKOK

Orta

Güçlendirme Testi · s.87 · S4

A ve B pozitif tam sayıdır.

$$\text{EKOK}(A,B) = 720$$

$$\text{EBOB}(A,B) = 6$$

olduğuna göre , A kaç farklı değer alır?

A) 4

B) 8

C) 10

D) 14

E) 16

Çözüm alanı

8

EBOB-EKOK

Üst

Güçlendirme Testi · s.88 · S7

a pozitif tam sayı olmak üzere,

$$\text{EBOB}(3a, 36) = \text{EKOK}(3a, 6)$$

eşitliğini sağlayan a değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 18

B) 20

C) 24

D) 30

E) 36

Çözüm alanı

9

Periyodik Problemler

Orta

Güçlendirme Testi · s.105 · S1

Bir gün çalıştırılıp bir gün durdurulan bir tekstil atölyesinde günde 17 pantolon üretiliyor.

Pazartesi çalışmaya başlayan atölye 621. pantolonu hangi gün üretir?

A) Pazartesi

B) Çarşamba

C) Cuma

D) Pazar

E) Salı

Çözüm alanı

10

Rasyonel Sayılar

Üst

Güçlendirme Testi · s.128 · S8

a, b ve c birer pozitif tam sayı olmak üzere,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a + b + c toplamının alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

A) 13

B) 21

C) 24

D) 30

E) 36

Çözüm alanı

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	C	B	E	D	E	B	C	B	D

Soru 1 · Bölme**C) 76**

$1 + 2 + \dots + n = n(n + 1)/2$. 13 tek asal olduğundan $n(n + 1)$ 13'e bölünmeli.

n veya $n + 1$, 13'ün katı: $n \in \{12, 13, 25, 26\}$ ($n < 30$)

Toplam $12 + 13 + 25 + 26 = 76$

Soru 2 · Bölme**C) 28**

$b = a^2 \cdot k + 24$ ve kalan bölenden küçük $\Rightarrow a^2 > 24 \Rightarrow a \geq 5$.

a^2 , a 'nın katı olduğundan $b \bmod a = 24 \bmod a = 3 \Rightarrow a \mid 21 \Rightarrow a \in \{7, 21\}$

Toplam $7 + 21 = 28$

Soru 3 · Bölünebilme**B) 6**

ABCD için 11 kuralı: $D - C + B - A \equiv 5 \pmod{11}$

DCBA için: $A - B + C - D = -(D - C + B - A) \equiv -5$

$-5 + 11 = 6$

Soru 4 · Bölünebilme**E) 8**

Sayı 11'in katı ve 5 ile bölümünden kalan 4: 44 bu koşulu sağlar $\Rightarrow \text{sayı} = 55k + 44$

Dört basamaklı en küçüğü: $k = 18 \Rightarrow 1034$ ($k = 17 \Rightarrow 979$)

1034 'ün rakamları toplamı $8 \Rightarrow 9$ ile bölümünden kalan **8**

Soru 5 · Asal Çarpanlar**D) 30**

$1440000 = 144 \cdot 10^4 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 2^4 \cdot 5^4 = 2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^4$

Tam kare bölende üsler çift: 2 için 0,2,4,6,8 (5) · 3 için 0,2 (2) · 5 için 0,2,4 (3)

$5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$

Soru 6 · Asal Çarpanlar

E) 216

$$abcabc = abc \cdot 1001 = abc \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$$

abc, 1001 ile aralarında asal $\Rightarrow 7, 11, 13$ abc'nin çarpanlarında yok; her biri yeni bir asal çarpan olarak eklenir.

$$\text{Bölen sayısı } 27 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \mathbf{216}$$

Soru 7 · EBOB-EKOK

B) 8

$$A = 6a, B = 6b, \text{EBOB}(a, b) = 1 \text{ ve } \text{EKOK} = 6ab = 720 \Rightarrow ab = 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

Aralarında asal olduklarından her asal kuvvet (8, 3, 5) tamamen a'ya ya da b'ye gider: $2^3 = 8$ seçim

$$A = 6a, \mathbf{8} \text{ farklı değer alır}$$

Soru 8 · EBOB-EKOK

C) 24

$$\text{EBOB}(3a, 36) \leq 3a \leq \text{EKOK}(3a, 6). \text{ Eşitlik için ikisi de } 3a \text{ olmalı:}$$

$$3a \mid 36 \Rightarrow a \mid 12 \text{ ve } 6 \mid 3a \Rightarrow a \text{ çift}$$

$$a \in \{2, 4, 6, 12\} \Rightarrow \text{toplam } \mathbf{24}$$

Soru 9 · Periyodik Problemler

B) Çarşamba

$$621 / 17 = 36,5... \Rightarrow 621. \text{ pantolon } 37. \text{ çalışma gününde üretilir.}$$

$$\text{Gün aşırı çalışıldığından } 37. \text{ çalışma günü takvimde } 2 \cdot 37 - 1 = 73. \text{ gündür.}$$

$$1. \text{ gün pazartesi} \Rightarrow 72 \text{ gün sonra: } 72 = 7 \cdot 10 + 2 \Rightarrow \mathbf{\text{Çarşamba}}$$

Soru 10 · Rasyonel Sayılar

D) 30

$$a \leq b \leq c \text{ alalım: } 1/a \geq 1/3 \Rightarrow a = 2 \text{ veya } 3.$$

$$a = 3 \Rightarrow (3, 3, 3), \text{ toplam } 9 \cdot a = 2 \Rightarrow 1/b + 1/c = 1/2 \Rightarrow (4, 4) \text{ veya } (3, 6), \text{ toplamlar } 10 \text{ ve } 11$$

$$\text{Farklı toplamlar } 9 + 10 + 11 = \mathbf{30}$$

Bu kitapçığın **etkileşimli** hâli seni bekliyor

Formülleri ekranda renkli kartlarla gör, animasyonlarda kaydırıcıyla oyna, seçme soruları çözüp anında puanını öğren. Hepsi ücretsiz.



Matematik Merkezi

Telefonunun kamerasıyla QR kodu okut ya da adresi yaz.

erdalhoca.com/matematik-merkezi/

Bu kitapçıktaki konuların sayfaları

Bölme

erdalhoca.com/matematik-merkezi/bolme/

Bölünebilme Kuralları

erdalhoca.com/matematik-merkezi/bolunebilme-kurallari/

Asal Çarpanlara Ayırma

erdalhoca.com/matematik-merkezi/asal-carpanlara-ayirma/

EBOB – EKOK

erdalhoca.com/matematik-merkezi/ebob-ekok/

Periyodik Problemler

erdalhoca.com/matematik-merkezi/periodyodik-problemler/

Rasyonel Sayılar

erdalhoca.com/matematik-merkezi/rasyonel-sayilar/

Ondalık Sayılar ve Sıralama

erdalhoca.com/matematik-merkezi/ondalikli-sayilar-ve-siralama/



Bölme



Bölünebilme
Kuralları



Asal Çarpanlara
Ayırma



EBOB – EKOK



Periyodik Problemler



Rasyonel Sayılar

Takıldığın bir soru mu var?

Birebir ya da online derste birlikte çözelim.

WhatsApp: 0543 843 08 43